

# יסודות הפיזיקה א 20113 -



## תוכן העניינים

|     |                                   |     |
|-----|-----------------------------------|-----|
| 1.  | מבוא מתמטי -                      | 1   |
| 2.  | וקטורים -                         | 19  |
| 3.  | קינמטיקה -                        | 42  |
| 4.  | תנועה יחסית -לרפרף                | 65  |
| 5.  | חום והחוק הראשון של התרמודינמיקה. | 72  |
| 6.  | החוק השני של התרמודינמיקה.        | 91  |
| 7.  | דינמיקה - חוקי ניוטון             | 106 |
| 8.  | כוח ציפה -                        | 124 |
| 9.  | תנועה מעגלית -                    | 125 |
| 10. | קואורדינטות פולריות -             | 142 |
| 11. | עבודה ואנרגיה -                   | 151 |
| 12. | מתקף ותנע -                       | 172 |
| 13. | מרכז מסה -                        | 187 |
| 14. | מומנט כוח (סטטיקה) -              | 189 |
| 15. | תנע זוויתי -                      | 198 |
| 16. | תנועה הרמונית -                   | 203 |
| 17. | כבידה וכוח מרכזי -                | 223 |
| 18. | אופטיקה                           | 228 |
| 19. | גלים                              | 244 |

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

פרק 1 - מבוא מתמטי -

תוכן העניינים

1. סינוס קוסינוס ומה שביניהם ..... 1
2. נגזרות ואינטגרלים בסיסיים ..... 5
3. אינטגרל כפול ומשולש ..... 11
4. מעברי יחידות ..... 13
5. קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים ..... 15
6. צפיפות ..... 16
7. צפיפות אינפיטיסימלית ..... 17
8. נספח-נגזרת סתומה ואלמנט אורך בהחלפת קואורדינטות ..... 18

## סינוס קוסינוס ומה שביניהם:

רקע

במשולש ישר זווית:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan \alpha}$$



משפט פיתגורס:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

## זהויות:

|                                                                                                                                                                                 |                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$<br>$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$<br>$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$<br>$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$        | $90^\circ - \alpha$  |
| $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$<br>$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$<br>$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$<br>$\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$     | $90^\circ + \alpha$  |
| $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$<br>$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$<br>$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$<br>$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$ | $180^\circ - \alpha$ |
| $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$<br>$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$<br>$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$<br>$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$                                             | $-\alpha$            |
| $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$<br>$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$                                        | $2\alpha$            |
| $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$<br>$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$                    | $\alpha \pm \beta$   |

## סכום והפרש של פונקציות:

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left( \frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

## ערכים ששווה לזכור:

| הזווית והפונקציה | $0^\circ$ | $30^\circ$           | $45^\circ$                                | $60^\circ$           | $90^\circ$ |
|------------------|-----------|----------------------|-------------------------------------------|----------------------|------------|
| $\sin \alpha$    | 0         | $\frac{1}{2}$        | $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1          |
| $\cos \alpha$    | 1         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0          |
| $\tan \alpha$    | 0         | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1                                         | $\sqrt{3}$           | לא מוגדר   |

## פתרונות עבור:

|                                                          |                        |
|----------------------------------------------------------|------------------------|
| $x_1 = \alpha + 2\pi k$<br>$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$ | $\sin x = \sin \alpha$ |
| $x_1 = \alpha + 2\pi k$<br>$x_2 = -\alpha + 2\pi k$      | $\cos x = \cos \alpha$ |
| $x = \alpha + \pi k$                                     | $\tan x = \tan \alpha$ |

## שאלות:

## (1) דוגמה 1- חישוב אלפא

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:



## (2) דוגמה 2- משולשים שמסורטטים אחרת

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:



## (3) דוגמה 2- מציאת ניצבים



## תשובות סופיות:

- (1) א.  $\alpha = 22^\circ$     ב.  $\alpha = 53^\circ$     ג.  $\alpha = 69^\circ$   
 (2) א.  $\alpha = 45^\circ$     ב.  $\alpha = 60^\circ$     ג.  $\alpha = 68.2^\circ$     ד.  $\alpha = 55^\circ$   
 (3) א.  $\sqrt{3m}$     ב.  $2\sqrt{2m}$     ג.  $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$     ד.  $1.53m$

## נגזרות ואינטגרלים בסיסיים:

### רקע

#### נגזרות:

הנגזרת נותנת את שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה כלשהיא.

אם  $y$  היא פונקציה של  $x$  אז הסימון של הנגזרת של  $y$  לפי  $x$  הוא  $\frac{dy}{dx}$  או  $y'$ .

#### נגזרת של פולינום:

$$y(x) = x^n \rightarrow y'(x) = nx^{n-1}$$

#### כפל בקבוע אפשר להוציא מהנגזרת:

$$(Ay(x))' = Ay'(x)$$

#### נגזרת של מכפלה:

$$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

#### כלל שרשרת:

אם  $y$  היא פונקציה של  $x$  ו- $x$  היא פונקציה של  $t$  אז:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

#### נגזרות של פונקציות נוספות:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2} ; \quad \frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x ; \quad \frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx} (e^x) = e^x ; \quad \frac{d}{dx} (\ln(x)) = \frac{1}{x}$$

**אינטגרל:**

פעולה הפוכה לנגזרת.

**אינטגרל של פולינום**

$$\int Ax^n dx = A \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

אינטגרל לא מסוים, מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל.

אינטגרל מסוים, מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל.

$$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

**מה עושה האינטגרל?**

האינטגרל מבצע סכימה על ערכי הפונקציה.

האינטגרל נותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה.

## שאלות:

## (1) דוגמה 1

חשב את הנגזרות הבאות:

א.  $y = 5x^4, \frac{dy}{dx} = ?$

ב.  $y = ax^5, \frac{dy}{dx} = ?$

ג.  $y = 5x + 2x^{18}, \frac{dy}{dx} = ?$

ד.  $f(x) = 8x^2 + 2, \frac{df}{dx} = ?$

ה.  $y = 6t^2, \frac{dy}{dt} = ?$

ו.  $x = 5t^3, \frac{dx}{dt} = ?$

ז.  $x = 5t^4 + t^3 + 4, \frac{dx}{dt} = ?$

ח.  $f(t) = At^6 + Bt + C, \frac{df}{dt} = ?$

## (2) דוגמה 2

חשב את הנגזרות הבאות:

א.  $y = (5x^4 + 2)(5x + 2x^{18}), \frac{dy}{dx} = ?$

ב.  $y = Ax^5(B + Cx^3), \frac{dy}{dx} = ?$

ג.  $y = 5x + 2x^2(4x + 5x^5), \frac{dy}{dx} = ?$

ד.  $y = (5t^2 + 1)(2t + 27 + 5t^3), \frac{dy}{dt} = ?$

ה.  $x = (2t^3 + 7)(4t + 3 + 6t^2), \frac{dx}{dt} = ?$

**(3) דוגמה 3-נגזרת פנימית**

חשב את הנגזרות הבאות :

א.  $y = (x+2)^4$  ,  $\frac{dy}{dx} = ?$

ב.  $y = 5(8x^2 + x)^5$  ,  $\frac{dy}{dx} = ?$

ג.  $y = 5t + 2(5t^4 + 4)^{14}$  ,  $\frac{dy}{dx} = ?$

ד.  $f(t) = 8(5t^4 + t^3 + 4)^2 + 2$  ,  $\frac{df}{dt} = ?$

**(4) דוגמה 4-כלל שרשרת**

חשב את הנגזרות הבאות :

א.  $y = (x+2)^4$  ,  $x = 2t$  ,  $\frac{dy}{dt} = ?$

ב.  $y = 5(8x^2 + x)^5$  ,  $x = 5t^4 + 4$  ,  $\frac{dy}{dt} = ?$

ג.  $y = 5x + 2(5x^4 + 4)^{14}$  ,  $x = 3t^2 + t$  ,  $\frac{dy}{dt} = ?$

ד.  $y = x^2$  ,  $x = t^2$  ,  $\frac{dy}{dt} = ?$

**(5) דוגמה 5-נגזרות של פונקציות נוספות**

מצאו את הנגזרות של הפונקציות הבאות :

א.  $y = \sin(ax)$  כאשר  $a$  קבוע.

ב.  $y = e^{-x^2}$

**(6) דוגמה 1-אינטגרלים בסיסיים**

חשב את האינטגרלים הבאים :

א.  $\int x^7 dx$

ב.  $\int x dx$

ג.  $\int dx$

ד.  $\int 3 dx$

ה.  $\int 7x^4 dx$

ו.  $\int (5x^2 + 3) dx$

$$\int (8x^7 + 5x) dx \quad \text{ז.}$$

$$\int Ax^7 dx \quad \text{ח.}$$

$$\int (Ax^7 + Bx) dx \quad \text{ט.}$$

### (7) דוגמה 2-אינטגרל מסוים

חשב את האינטגרלים הבאים :

$$\int_0^2 x^5 dx \quad \text{א.}$$

$$\int_1^5 4dx \quad \text{ב.}$$

$$\int_{-1}^3 7x^4 dx \quad \text{ג.}$$

$$\int_0^4 (2x^2 + 4) dx \quad \text{ד.}$$

$$\int_{-1}^2 (Ax^7 + Bx) dx \quad \text{ה.}$$

### (8) דוגמה 3-אינטגרל של פונקציות נוספות

חשב את האינטגרלים הבאים :

$$\int_0^\pi \sin x dx \quad \text{א.}$$

$$\int_0^\pi \cos(2x) dx \quad \text{ב.}$$

$$\int e^{3x} dx \quad \text{ג.}$$

$$\int_0^5 2e^{-3x} dx \quad \text{ד.}$$

$$\int_3^5 \frac{1}{x} dx \quad \text{ה.}$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx \quad \text{ו.}$$

$$\int e^{ax} dx \quad \text{ז.}$$

## תשובות סופיות:

- (1) א.  $20x^3$  ב.  $5a \cdot x^4$  ג.  $5 + 36x^{17}$  ד.  $16x$  ה.  $12 \cdot t$   
ו.  $15t^2$  ז.  $20t^3 + 3t^2$  ח.  $6At^5 + B$
- (2) א.  $20x^3 \cdot (5x + 2x^{18}) + (5x^4 + 2)(5 + 36x^{17})$  ב.  $5Ax^4(B + Cx^3) + 3ACx^7$  ג.  $5 + 4x \cdot (4x + 5x^5) + 2x^2(4 + 25x^4)$   
ד.  $(10t)(2t + 27 + 5t^3) + (5t^2 + 1)(2 + 0 + 15t^2)$   
ה.  $(6t^2 + 0)(4t + 3 + 6t^2) + (2t^3 + 7)(4 + 0 + 12t)$
- (3) א.  $4(x + 2)^3 \cdot 1$  ב.  $25(8x^2 + x)^4(16x + 1)$  ג.  $5 + 560t^3(5t^4 + 4)^{13}$  ד.  $16(5t^4 + t^3 + 4)(20t^3 + 3t^2)$
- (4) א.  $8(2t + 2)^3$  ב.  $500t^3(8(5t^4 + 4)^2 + 5t^4 + 4) \cdot (16(5t^4 + 4) + 1)$  ג.  $(5 + 2 \cdot 14(5x^4 + 4)^{13} \cdot (5 \cdot 4x^3 + 0)) \cdot (3 + 2t + 1)$  ד.  $4t^3$
- (5) א.  $\cos(ax) \cdot a$  ב.  $e^{-x^2} \cdot (-2x)$
- (6) א.  $\frac{x^8}{8} + C$  ב.  $\frac{x^2}{2} + C$  ג.  $x + C$  ד.  $3x$  ה.  $\frac{7x^5}{5} + C$  ו.  $x^8 + \frac{5}{2}x^2 + C$  ז.  $A \cdot \frac{x^8}{8} + C$  ח.  $A \cdot \frac{x^8}{8} + B \cdot \frac{x^2}{2} + C$  ט.  $31.875A + 1.5B$
- (7) א.  $10.67$  ב.  $16$  ג.  $341.6$  ד.  $58.67$  ה.  $\ln\left(\frac{5}{3}\right)$
- (8) א.  $2$  ב.  $0$  ג.  $\frac{e^{3x}}{3} + C$  ד.  $\frac{2}{3}$  ו.  $\frac{e^{ax}}{a}$  ז.  $-\frac{1}{x} + C$

## אינטגרל כפול ומשולש:

### שאלות:

פתור את האינטגרלים הבאים:

- (1) אינטגרל משולש – דוגמה 1
 
$$\int_1^2 \int_0^2 \int_0^3 (zx^2 + 3y) dy dx dz$$
- (2) דוגמה 1
 
$$\int_0^3 \int_0^2 3 \cdot x^3 y^2 dx dy$$
- (3) דוגמה 2
 
$$\int_1^2 \int_0^3 (x^2 + 2y) dx dy$$
- (4) דוגמה 3
 
$$\int_0^2 \int_1^3 (x^2 + y) dy dx$$
- (5) דוגמה 4
 
$$\int_0^1 \int_0^2 x \cdot z^2 dx dz$$
- (6) דוגמה 5
 
$$\int_1^5 \int_0^4 2 \cdot y^3 dy dz$$
- (7) דוגמה 6
 
$$\int_0^{2\pi} \int_0^3 r^2 dr d\theta$$
- (8) דוגמה 7
 
$$\int_a^b \int_0^c 4 \cdot x^2 y dx dy$$
- (9) דוגמה 8
 
$$\int_a^b \int_0^c (4z + r^2) dr dz$$
- (10) דוגמה 9
 
$$\int_0^{2\pi} \int_0^R 4a \cdot r^2 dr d\theta$$
- (11) דוגמה 10
 
$$\int_0^{2\pi} \int_0^R 4yr^2 dr d\theta$$
- (12) דוגמה 11
 
$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$

### תשובות סופיות:

(1) 39

(2) 108

(3) 18

(4) 13.33

(5)  $\frac{2}{3}$

(6) 512

(7) 56.55

(8)  $\frac{4c^3}{3} \left( \frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right)$

(9)  $2cb^2 + \frac{c^3}{3}b - 2ca^2 - \frac{a^3}{3}$

(10)  $\frac{4aR^3}{3} 2\pi$

(11)  $\frac{8\pi yR^3}{3}$

(12)  $4\pi r^2$

## מעברי יחידות:

### שאלות:

#### (1) דוגמה 1

נתון:  $A = 2\text{km}$ ,  $B = 10\text{gr}$ .

מצא את  $C = A \cdot B$  ביחידות של m.k.s.

#### (2) דוגמה 2

נתון:  $A = 2\text{m}^2$ ,  $B = 3\text{gr}$ ,  $C = 5\text{c.m} \cdot \text{s}$ .

חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s:

א.  $D = 2 \cdot A$

ב.  $E = \frac{5 \cdot B \cdot C}{A}$

#### (3) מעבר יחידות בחזקות

מצא את הגדלים הבאים ביחידות של ס"מ:

א.  $A = 1\text{m}^2$

ב.  $B = 1\text{m}^3$

#### (4) סנטימטר בשלישית

הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של  $\text{c.m}^3$ :

א.  $5.2\text{m}^3$

ב.  $320\text{mm}^3$

ג.  $0.0054\text{km}^3$

#### (5) ליטר, דוגמה

הבע את הגדלים הבאים ב-Liter:

א.  $5\text{m}^3$

ב.  $5\text{mm}^3$

## תשובות סופיות:

(1)  $20\text{m} \cdot \text{kg}$

(2) א.  $4\text{m}^2$

(3) א.  $10^4\text{cm}^2$

(4) א.  $5.2 \cdot 10^6\text{cm}^3$

(5) א.  $5 \cdot 10^3\text{Liter}$

ב.  $37.5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{sec} \cdot \text{kg}}{\text{m}}$

ב.  $10^6\text{cm}^3$

ב.  $0.32\text{cm}^3$  ג.  $5.4 \cdot 10^{12}\text{cm}^3$

ב.  $5 \cdot 10^{-6}\text{Liter}$

## קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים:

### שאלות:

#### (1) דוגמה-זווית בין וקטורים

נתונים שני וקטורי מיקום:

הוקטור הראשון,  $\vec{r}_1$ , נתון בקואורדינטות כדוריות כך ש:

$$r = 2m, \theta = 0^\circ, \varphi = 30^\circ$$

הוקטור השני,  $\vec{r}_2$ , נתון בקואורדינטות גליליות כך ש:

$$r = 1m, \theta = 120^\circ, z = 2m$$

א. חשב את אורכו של כל וקטור.

ב. חשב את הזווית בין הוקטורים.

#### (2) שטח מעגל

חשב שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

#### (3) חישוב נפח גליל

חשב נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

### תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } |\vec{r}_1| = 2m, |\vec{r}_2| = \sqrt{5}m \quad \text{ב. } \alpha = 48.5^\circ$$

$$(2) \quad S = \pi R^2$$

$$(3) \quad V = \pi R^2 h$$

## צפיפות:

### שאלות:

#### (1) דיסקה עם חור

- א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס  $R$  ומסה  $M$ ?
- ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס  $r$ .  
מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

### תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } \frac{M}{\pi R^2} \quad \text{ב. } M \left( \frac{r}{R} \right)^2$$

## צפיפות אינפיטיסימלית:

### שאלות:

#### (1) מוט עם צפיפות לא אחידה

חשב את המסה הכוללת של מוט בעל אורך  $L$  וצפיפות מסה  $\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L}$  כאשר  $x$  הוא המרחק מהקצה השמאלי של המוט והפרמטרים:  $\lambda_0$ ,  $L$  הם קבועים.

### תשובות סופיות:

$$\frac{\lambda_0 L}{2} \quad (1)$$

## חשבון דיפרנציאלי:

### שאלות:

#### (1) נגזרת סתומה\*\*

נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x, y) = y^{\sin x} + 6y + e^{x^2+y^2} = 0$

מצא את:  $\frac{dy}{dx}$

#### (2) אלמנט אורך בהחלפת קואורדינטות\*\*

נתונות קואורדינטות חדשות:  $r' = \frac{1}{r^2}$ ,  $\theta' = \frac{1}{2}\theta$

כאשר  $r$  ו- $\theta$  הם הקואורדינטות הפולריות.  
מצא את גודלו של אלמנט אורך  $dl$  כפונקציה של הקואורדינטות החדשות.

### תשובות סופיות:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{(\ln y)(\cos x)(y^{\sin x}) + 2xe^{x^2+y^2}}{\sin x \cdot y^{(\sin x-1)} + 6 + 2ye^{(x^2+y^2)}} \quad (1)$$

$$dl^2 = \frac{1}{4}r'^{-3}dr'^2 + \frac{1}{r'}4d\theta'^2 \quad (2)$$

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

פרק 2 - וקטורים-

תוכן העניינים

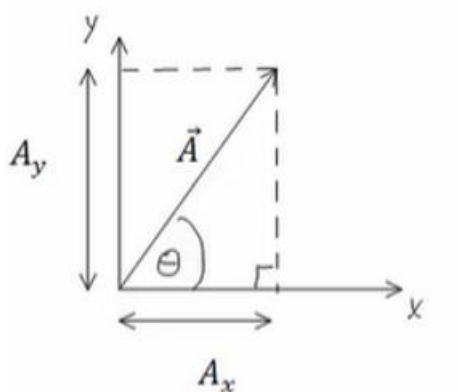
|    |                                |
|----|--------------------------------|
| 19 | 1. הגדרות ופעולות בסיסיות      |
| 23 | 2. מכפלה סקלרית                |
| 28 | 3. וקטור יחידה                 |
| 30 | 4. -----                       |
| 32 | 5. וקטור בשלושה מימדים         |
| 35 | 6. מכפלה וקטורית בשלושה מימדים |
| 39 | 7. וקטורים קולינריים           |
| 40 | 8. גרדיאנט ורוטור              |

## הגדרות ופעולות בסיסיות:

### רקע:

הצגת וקטור באמצעות גודל וכיוון נקראת הצגה פולרית.  
 הצגת וקטור באמצעות רכיבי ה- $x$  וה- $y$  נקראת הצגה קרטזית.

### פירוק וקטור לרכיבים:



היטל על ציר ה- $x$  או רכיב ה- $x$  של  $A$ :

$$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$$

היטל על ציר ה- $y$  או רכיב ה- $y$  של  $A$ :

$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$\text{המעבר ההפוך: } |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}, \quad \tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

### כפל בסקלר:

$$\vec{B} = \alpha \vec{A} = \alpha (A_x, A_y) = (\alpha A_x, \alpha A_y)$$

## שאלות:

## (1) חיבור וחסור בקרטזי

נתונים שלושה וקטורים:  $\vec{A}(1,3)$ ,  $\vec{B}(4,2)$ ,  $\vec{C}(3,5)$ .

א. חשבו את:  $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ .

ב. חשבו את:  $\vec{A} - \vec{B} - \vec{C}$ .

ג. חשבו את:  $2\vec{A} + 3\vec{B} - 4\vec{C}$ .

## (2) חיבור וקטורים בפולרי

נתונים שני וקטורים בהצגה הפולרית:

הוקטור  $\vec{A}$  שגודלו 10 והזווית שלו עם ציר ה- $x$  היא  $30^\circ$ .

הוקטור  $\vec{B}$  שגודלו 8 והזווית שלו עם ציר ה- $x$  היא  $60^\circ$ .

מצאו את  $\vec{A} + \vec{B}$ .

## (3) עוד חיבור בפולרי

נתונים שני וקטורים:

הוקטור  $\vec{A}$  שגודלו 10 וכיוונו  $30^\circ$ ,

הוקטור  $\vec{B}$  שגודלו לא ידוע וכיוונו  $350^\circ$ .

מהו גודלו של הוקטור  $\vec{B}$  אם נתון שסכום הוקטורים ייתן וקטור ללא

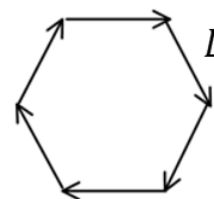
רכיב בציר ה- $y$ ?

## (4) משושה של וקטורים

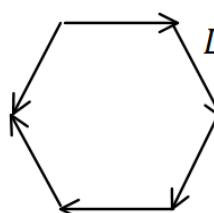
שישה וקטורים בגודל  $L$  כל אחד יוצרים משושה שווה צלעות.

מצאו את הוקטור השקול (גודל וכיוון) בכל אחד מהמקרים הבאים:

א.



ב.



**(5) וקטור בין שתי נקודות**

הוקטור  $\vec{A}$  הוא וקטור מהנקודה  $(x_1, y_1, z_1)$  אל הנקודה  $(x_2, y_2, z_2)$ .  
רשום ביטוי לרכיבים של הוקטור ומצא את גודלו.

**(6) חיבור באמצעות מקבילית**

נתונים הוקטורים  $\vec{A}$  ו- $\vec{B}$ .

גודלו של  $A$  הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- $x$  החיובי היא:  $\theta_A = 130^\circ$ .  
גודלו של הוקטור  $B$  הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- $x$  החיובי היא:  $\theta_B = 60^\circ$ .  
שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את  $\vec{A} + \vec{B}$  באמצעות שיטת המקבילית.

**(7) חיסור באמצעות מקבילית**

נתונים הוקטורים  $\vec{A}$  ו- $\vec{B}$ .

גודלו של  $A$  הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה- $x$  החיובי היא  $\theta_A = 130^\circ$ .  
גודלו של הוקטור  $B$  הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה- $x$  החיובי היא  $\theta_B = 60^\circ$ .  
שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את  $\vec{A} - \vec{B}$  באמצעות שיטת המקבילית.

**(8) מציאת אורך של שקול**

אורכם של שני וקטורים הוא 5 ו-10 ס"מ.  
הזווית ביניהם היא 30 מעלות.  
מהו אורכו של הוקטור השקול שלהם (סכום הוקטורים)?

**(9) מציאת זווית בין שני וקטורים**

נתונים שני וקטורים שאורכם 10 ו-13 מטר.  
אורך השקול שלהם הוא 20 מטר.  
מצא את הזווית בין הוקטורים.

## תשובות סופיות:

$$(8,10) \text{ א. } (1) \quad (-6,-4) \text{ ב. } (2) \quad (2,-8) \text{ ג. } (3)$$

$$(12.7, 11.9) \quad (2)$$

$$28.8 \quad (3)$$

$$L \cdot 4 \cos(30) \quad (4)$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}, \quad \vec{A} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) \quad (5)$$

$$C=10.1, \theta_c=108.1^\circ \quad (6)$$

$$C=7.62, \theta_c=159.5^\circ \quad (7)$$

$$|\vec{d}|=14.6 \text{ c.m} \quad (8)$$

$$\theta = 60^\circ \quad (9)$$

## מכפלה סקלרית:

### רקע:

שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

$\alpha$  - זווית בין הוקטורים.

### תכונות המכפלה:

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת (זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים)

- מכפלה סקלרית של וקטור בעצמו נותנת את גודל הוקטור בריבוע  $\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}|^2$

- פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

נוסחה למציאת זווית בין שני וקטורים:  $\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$

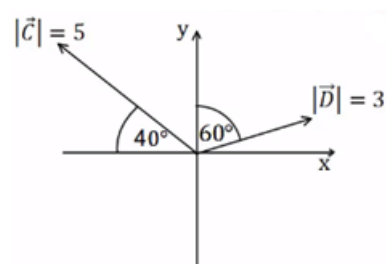
### שאלות:

#### 1) דוגמה 1

מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הוקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

א.  $\vec{A} = (-1, 2)$ ,  $\vec{B} = (2, 2)$

ב.



**(2) דוגמה 2**

בדוק עבור זוגות הוקטורים הבאים האם הם מאונכים :

א.  $\vec{A} = (1, 4)$  ,  $\vec{B} = (-2, 5)$

ב.  $\vec{A} = (1, 4)$  ,  $\vec{B} = (8, -2)$

ג.  $\vec{A} = (-1, -2)$  ,  $\vec{B} = (-2, 1)$

ד. שרטט כל זוג וקטורים מאונכים על מערכת צירים, חשב את זוויות הוקטורים עם הצירים והראה שהזווית בין הוקטורים היא  $90^\circ$ .

**(3) דוגמה 3**

נתונים הוקטורים הבאים :  $\vec{A} = (-3, 1)$  ,  $\vec{B} = (2, -4)$

א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקוסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

**(4) דוגמה 4**

נתונים הוקטורים הבאים :  $\vec{A} = (-3, 1)$  ,  $\vec{B} = (2, -4)$

א. הראה כי החישוב של  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  זהה לחישוב  $\vec{B} \cdot \vec{A}$ .

ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית. (הדרכה : רשום את הוקטורים בצורה כללית עם נעלמים).

**(5) דוגמה 5**

נתונים הוקטורים הבאים :  $\vec{A} = (2, 1)$  ,  $\vec{B} = (-3, 2)$  ,  $\vec{C} = (1, -3)$

חשב את :

א.  $\vec{A} \cdot \vec{C}$

ב.  $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ג.  $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C}$

ד.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ה.  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

ו.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B}$

ז.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

**(6) דוגמה 6**

נתונים הוקטורים הבאים :  $\vec{A} = (-2, 2)$  ,  $\vec{B} = (1, -3)$  ,  $\vec{C} = (1, 5)$

חשב את :

$$\text{א. } \frac{(\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{B}}{|\vec{B}|^2}$$

$$\text{ב. } \frac{(\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{C}}{|\vec{C}|^2}$$

**(7) דוגמה 7**

נתונים הוקטורים הבאים :  $\vec{A} = (-2, 2)$  ,  $\vec{B} = (1, -3)$  ,  $\vec{C} = (1, 5)$

מצא את הזווית בין  $\vec{A}$  ל-  $\vec{B}$  לבין  $\vec{B}$  ל-  $\vec{C}$ .

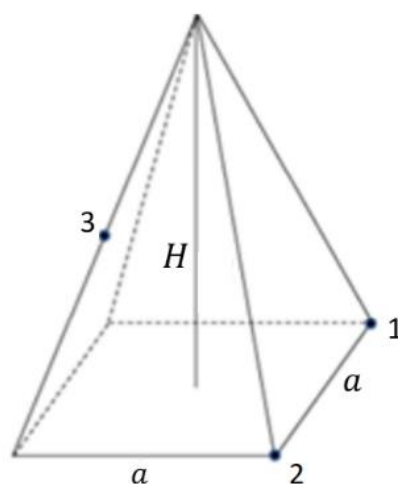
**(8) פירמידה משוכללת\***

באיור מתוארת פירמידה משוכללת שבסיסה ריבוע בעל אורך צלע  $a$  וגובהה  $H = 2a$ . נקודה 3 באיור נמצאת באמצע הצלע שבין הפינה לקודקוד. נגדיר שני ווקטורים :

הווקטור  $\vec{A}$  יוצא מנקודה 1 לנקודה 2.

הווקטור  $\vec{B}$  יוצא מנקודה 1 לנקודה 3.

מהי הזווית בין שני הווקטורים?



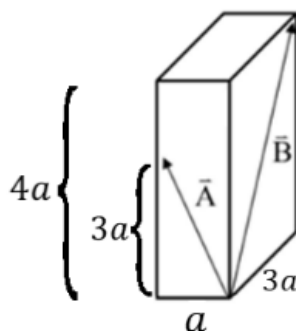
**(9) היטלים של וקטורים בתוך תיבה**

נתונה תיבה בעלת אורך צלעות:  $a$ ,  $3a$  ו- $4a$ . נגדיר שני וקטורים:  $\vec{A}$  ו- $\vec{B}$  כמתואר באיור.

א. מהו היחס בין ההיטל של  $\vec{A}$  על הכיוון של  $\vec{B}$  (נסמנו -  $A_B$ ) להיטל של  $\vec{B}$

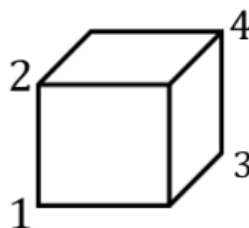
על הכיוון של  $\vec{A}$  (נסמנו -  $B_A$ ),  $\frac{A_B}{B_A}$  ?

ב. חשבו את הזווית בין  $\vec{A}$  ל- $\vec{B}$ .


**(10) היטל של אלכסון על אלכסון בקובייה**

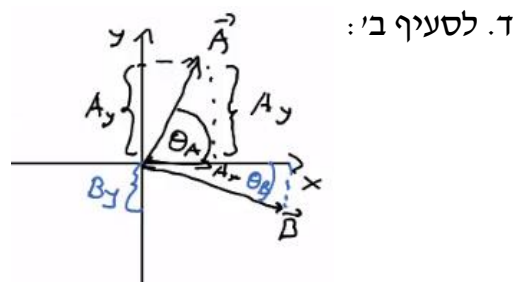
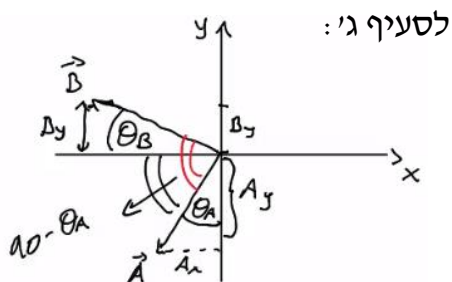
נתונה קובייה בעלת אורך צלע  $a$ , ראו איור.

מהו ההיטל של הווקטור המצביע מפינה 1 לפינה 4 על הציר המוגדר על ידי הכיוון מפינה 3 לפינה 2.



## תשובות סופיות:

- (1) א.  $\vec{A} \cdot \vec{B} = 2$       ב.  $\vec{C} \cdot \vec{D} = -5.13$
- (2) א.  $\vec{A}$  לא מאונך ל- $\vec{B}$       ב. הוקטורים מאונכים.      ג. הוקטורים מאונכים.



הזוויות:  $\theta_A = 75.96^\circ$ ,  $\theta_B = 14.04^\circ$       הזוויות:  $\theta_A = 26.57^\circ$ ,  $\theta_B = 26.57^\circ$

(3) א.  $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$       ב.  $|\vec{B}| = \sqrt{20}$ ,  $\theta_B = -63.43^\circ$ ,  $|\vec{A}| = \sqrt{10}$ ,  $\theta_A = 161.57^\circ$

ג.  $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$

(4) א. שאלת הוכחה.      ב. שאלת הוכחה.

(5) א.  $\vec{A} \cdot \vec{C} = -1$       ב.  $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C} = -10$       ג.  $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C} = -10$

ד.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} = (-4, 12)$       ה.  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = (-18, -9)$       ו.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B} = (12, -8)$

ז.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = 36$

(6) א.  $\frac{(\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{B}}{|\vec{B}|^2} = \left( \frac{-8}{10}, \frac{24}{10} \right)$       ב.  $\frac{(\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{C}}{|\vec{C}|^2} = (-0.54, -2.69)$

(7)  $\alpha_{\vec{BC}} = 150.26^\circ$ ,  $\alpha_{\vec{AB}} = 153.43^\circ$

(8)  $59^\circ$

(9) א.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$       ב.  $40.6^\circ$

(10)  $-\frac{a}{\sqrt{3}}$

## וקטור יחידה:

רקע:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

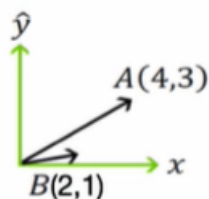
שאלות:

### 1) דוגמה וקטור יחידה

מצא וקטורי יחידה בכיוון של הוקטורים הבאים:

א.  $\vec{A} = (-2, -3)$

ב.  $\vec{B} = (3, 4)$



### 2) הטלת וקטור יחידה על וקטור יחידה

נתון הוקטור  $\vec{A}$  שבשרטוט.

א. מהו היטל הוקטור על ציר ה- $x$  (וקטור יחידה)?

ב. מהו היטל הוקטור על ציר ה- $y$  (וקטור יחידה)?

ג. הסבר כיצד מחשבים היטל הוקטור על הוקטור  $\vec{B}(2,1)$ .

ד. הסבר במילים את משמעות ההטלה של וקטור על וקטור.

### 3) וקטור בזמן

נתון הוקטור  $\vec{A}(t)$  במישור דו מימדי כך ש-  $|\vec{A}(t)| = A_0 \sin(t)$

ו-  $\theta(t) = t$  כאשר  $t \in [0, \pi]$  ו-  $A_0$  קבוע.

א. מצא את הרכיבים הקרטזיים של  $\vec{A}(t)$  כתלות בזמן.

ב. מצא את  $\frac{d\vec{A}}{dt}$ .

ג. מצא את  $\frac{d|\vec{A}|}{dt}$ .

### תשובות סופיות:

$$(1) \quad \hat{A} = (-0.55, -0.83) \text{ א. } \hat{B} = (0.6, 0.8) \text{ ב.}$$

$$(2) \quad \dot{\hat{A}}_x = (4, 0) \text{ א. } \dot{\hat{A}}_y = (0, 3) \text{ ב. ג. ראה סרטון}$$

$$(3) \quad \hat{A}_x(t) = \frac{1}{2} A_0 \sin 2t, \hat{A}_y(t) = A_0 \sin^2 t \text{ א. } A_0 (\cos 2t\hat{x} + \sin 2t\hat{y}) \text{ ב. ג. } -\sin t\hat{x} + \cos t\hat{y}$$

## מכפלה וקטורית בדרך מימד:

**רקע:**

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x B_y - A_y B_x) \hat{z}$$

**הערות:**

התוצאה של המכפלה הוקטורית היא תמיד וקטור (בניגוד לסקלרית).

נוסחה נוספת לגודל של המכפלה הוקטורית:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \sin \alpha$$

$\alpha$  - זווית הקטנה בין  $\vec{A}$  ל-  $\vec{B}$ .

**שאלות:**

### (1) דוגמה-מכפלה וקטורית

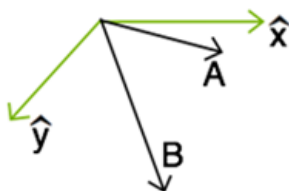
נתונים הוקטורים הבאים:  $\vec{A} = (-4, 1)$ ,  $\vec{B} = (2, -3)$

א. חשב את  $\vec{A} \times \vec{B}$  באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות. מהו גודל המכפלה?

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. חשב את  $|\vec{A} \times \vec{B}|$  שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים

בסינוס הזווית. (בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א).



### (2) מכפלה סקלרית ווקטורית בפולרי

נתונה מערכת צירים כבשרטוט.

נתונים שני וקטורים:

גודל 10, זווית  $20^\circ$  -  $\vec{A}$ .

גודל 15, זווית  $60^\circ$  -  $\vec{B}$ .

א. חשב  $A \cdot B$  (מכפלה סקלרית).

ב. חשב  $A \times B$  (מכפלה וקטורית).

ג. הסבר מדוע המכפלה הוקטורית נותנת את שטח המקבילית שיוצרים הווקטורים.

**תשובות סופיות:**

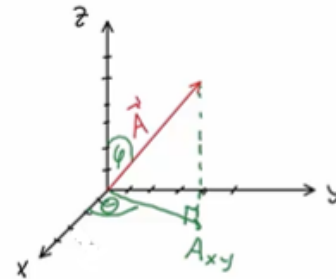
$$(1) \quad \text{א. } \vec{A} \times \vec{B} = 10\hat{z} \text{ וכן } |\vec{A} \times \vec{B}| = 10$$

$$\text{ב. } |\vec{B}| = \sqrt{13}, \theta_B = -56.31^\circ, |\vec{A}| = \sqrt{17}, \theta_A = 165.96^\circ, \text{ ג. } |\vec{A} \times \vec{B}| = 10$$

$$(2) \quad \text{א. } \vec{A} \cdot \vec{B} = 150 \cdot \cos(40) \quad \text{ב. } \vec{A} \times \vec{B} = -150 \cdot \sin(40) \cdot \hat{z} \quad \text{ג. ראה סרטון.}$$

## וקטור בשלושה מימדים:

רקע:



$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

מציאת גודל הוקטור:  $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

פירוק לרכיבים:

$$A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$$

$$A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

## שאלות:

## (1) חישוב וקטור יחידה

נתון הוקטור:  $\vec{A}(2,3,4)$ .

א. מהו גודלו של הוקטור?

ב. מהו וקטור היחידה של הוקטור  $\vec{A}$ ?

## (2) חישוב גודל זווית בקרטזי

נתונים שני וקטורים:  $\vec{A}(1,5,10)$ ,  $\vec{B}(3,4,5)$ .

א. מהו גודלו של כל וקטור?

ב. מהי הזווית בין שני הוקטורים?

## (3) מציאת שקול וזווית עם הצירים

שני כוחות נתונים פועלים על גוף:  $\vec{A}(1,4,5)$ ,  $\vec{B}(3,6,7)$ .

א. מהו הכוח השקול?

ב. מהו גודלו של הכוח השקול?

ג. מהי הזווית בין הכוח השקול ובין כל אחד מהצירים?

## (4) וקטור בזווית 30° עם ציר Y - ספיר אפיק מעבר

אילו מהווקטורים הבאים נמצא בזווית של 30° מציר y?

$$\vec{A} = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \quad \vec{B} = \left( \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, 1 \right) \quad \vec{C} = \left( \frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

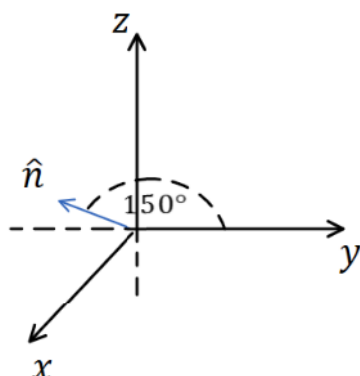
## (5) היטל של A על 150 מעלות מציר y

נתון הוקטור:  $\vec{A} = \hat{x} + \sqrt{3}\hat{y} + 6\hat{z}$ .מהו ההיטל של הוקטור  $\vec{A}$  על ציר  $\hat{n}$ 

הנמצא במישור y-z וכיוונו החיובי

מסובב בזווית של 150° מציר y נגד

כיוון השעון?



**(6) שהסכום מאונך להפרש**

הוכח- אם סכום של שני וקטורים מאונך להפרשם אזי אורכם שווה.

**(7) מציאת וקטור מאונך**

נתונים 2 וקטורים:  $\vec{A}(1,4,8)$ ,  $\vec{B}(B_x, B_y, 0)$

מצא את מרכיבי וקטור B אם נתון כי הוא ניצב לוקטור A וגודלו 10.

**תשובות סופיות:**

$$(1) \quad \text{א. } |A| = \sqrt{29} \quad \text{ב. } \hat{A} = \left( \frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, \frac{4}{\sqrt{29}} \right)$$

$$(2) \quad \text{א. } |\vec{A}| = \sqrt{126}, |\vec{B}| = \sqrt{50} \quad \text{ב. } \alpha = 23^\circ$$

$$(3) \quad \text{א. } \vec{C} = (4, 10, 12) \quad \text{ב. } |C| = \sqrt{260} \quad \text{ג. } \alpha = 75.63, \beta = 51.67, \gamma = 41.90$$

(4) הוקטור C.

(5) 1.5

(6) שאלת הוכחה.

$$(7) \quad \vec{B} = \left( -4\sqrt{\frac{100}{17}}, \sqrt{\frac{100}{17}}, 0 \right)$$

## מכפלה וקטורית בשלושה מימדים:

רקע:

שתי דרכים לביצוע המכפלה:

דרך 1 – דטרמיננטה:

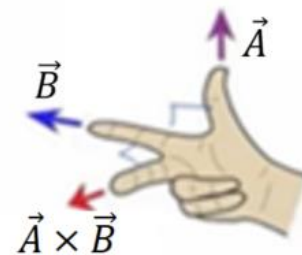
$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 – לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}|\sin \alpha$$

גודל המכפלה -

כיוון לפי כלל יד ימין -



יש כמה דרכים לבצע את הכלל, אם מחליפים אצבעות לכל שלושת הוקטורים הכלל נשאר נכון (אם מחליפים מקום רק לשני וקטורים – טעות).

דרך נוספת לכלל יד ימין נקראת כלל הבורג



מסובבים את האצבעות מ- $\vec{A}$  ל- $\vec{B}$  והתוצאה בכיוון האגודל.

## שאלות:

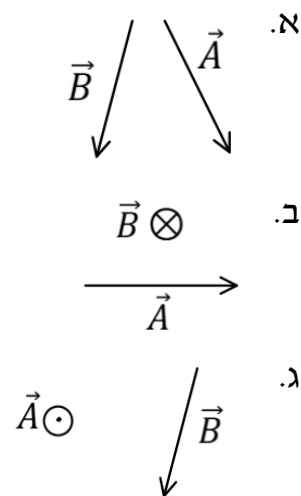
## (1) דוגמה - דטרמיננטה

נתונים הוקטורים הבאים :

$$\vec{A}(-1,2,-2), \quad \vec{B}(2,0,1)$$

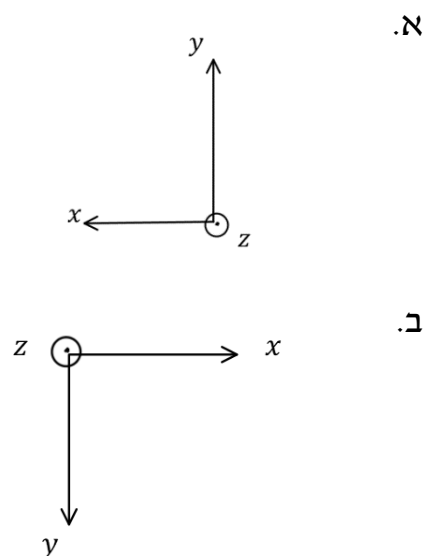
חשבו את  $\vec{A} \times \vec{B}$ .

## (2) דוגמה - כלל יד ימין

מצאו את  $\vec{A} \times \vec{B}$  במקרים הבאים :

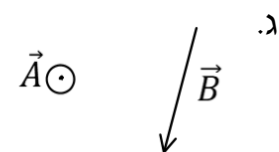
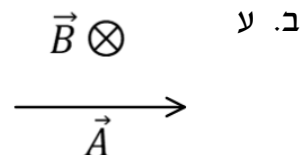
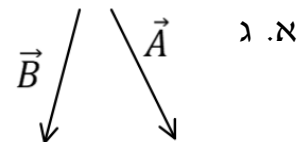
## (3) דוגמה - מערכות צירים

בדקו האם המערכות הבאות הן ימניות או שמאליות :



**(4) דוגמה - כלל הבורג**

מצאו את  $\vec{A} \times \vec{B}$  באמצעות כלל הבורג:

**(5) מקבילון**

נתונים הוקטורים הבאים:  $\vec{a} = 2\hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$ ,  $\vec{b} = \hat{x} + 2\hat{y} - \hat{z}$ ,  $\vec{c} = 2\hat{x} - \hat{y}$

מרכיבים מהוקטורים  $\vec{a}$  ו- $\vec{b}$  מקבילית ובוחרים את ראשית הצירים בקודקוד המקבילית (הנח כל היחידות בס"מ).

א. מצאו את מיקומו של הקודקוד שמול הקודקוד שבראשית הצירים.

ב. מצאו את אורכי האלכסונים של המקבילית.

ג. מצאו את שטח המקבילית.

ד. יוצרים מקבילון על ידי הוספת הוקטור  $\vec{c}$  למקבילית.

חשבו את גובה המקבילון המאונך למקבילית.

רמז: השתמש ב- $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .

## תשובות סופיות:

(1)  $2\hat{x} - 3\hat{y} - 4\hat{z}$

(2) א. לתוך הדף

(3) א. שמאלית

(4) א. לתוך הדף

(5) א.  $\vec{r}_1 = (3, -1, 0)$

ד.  $\tilde{h} = 0.13c.m$

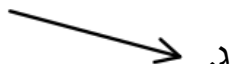
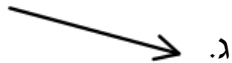
ב. למעלה

ב. שמאלית

ב. למעלה

ב.  $|\vec{r}_1| = \sqrt{10}$  ,  $|\vec{r}_2| = \sqrt{30}$

ג.  $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{59}c.m^2$



## וקטורים קולינריים:

### רקע:

וקטורים מקבילים ומתקיים הקשר  $\vec{B} = \alpha \vec{A}$  כאשר  $\alpha$  סקלר כלשהו.

### שאלות:

#### (1) וקטורים קולינאריים

עבור אילו ערכים של  $\alpha$  ו- $\beta$  הוקטורים הבאים קולינאריים (מצביעים באותו כיוון)?

$$\vec{A} = 3\hat{i} + a\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\vec{B} = -2\hat{i} + a\hat{j} - 2\beta\hat{k}$$

#### (2) מציאת וקטורים מאונכים

נתונים הוקטורים הבאים:  $\vec{A}(A_x, 4)$ ,  $\vec{B}(6, B_y)$ ,  $\vec{C}(5, 8)$ .

מצא את ערכי הוקטורים כך שהוקטור A והוקטור B יהיו מאונכים לוקטור C. האם שני הוקטורים שמצאת מקבילים?

### תשובות סופיות:

$$\alpha = -\frac{9}{2}, \beta = \frac{5}{3} \quad (1)$$

$$\vec{A} = \left(-\frac{32}{5}, 4\right), \vec{B} = \left(6, -\frac{30}{8}\right) \quad (2)$$

## גרדיאנט ורוטור:

### רקע:

#### גרדיאנט בקואורדינטות השונות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z} : \text{גרדיאנט בקואורדינטות קרטזיות}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z} : \text{גרדיאנט בקואורדינטות גליליות}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi} : (*) \text{ גרדיאנט בקואורדינטות כדוריות}$$

(\*) שימו לב שהזווית  $\varphi$  היא עם ציר ה- $z$  והזווית  $\theta$  עם ציר ה- $x$ .

#### רוטור (Rot/Curl) בקואורדינטות השונות:

בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left( \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left( \frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left( \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left( \frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (\*):

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{F} = & \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} \\ & + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi} \end{aligned}$$

(\*) שימו לב שהזווית  $\varphi$  היא עם ציר ה- $z$  והזווית  $\theta$  עם ציר ה- $x$ .

## שאלות:

## (1) חישוב גרדיאנט

$$f(\vec{r}) = f(x, y, z) = \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} : f \text{ נתונה פונקציית המיקום}$$

חשב את הגרדיאנט של הפונקציה  $f$ .

## (2) חישוב השיפוע בכיוון השונה

חשב את גודל השיפוע של הפונקציה  $f(x, y) = 2x^2y$  בנקודה  $(1, 2)$

$$\hat{n} = \left( \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \text{ בכיוון}$$

## תשובות סופיות:

$$\vec{D}f = \frac{-xz\hat{x} - yz\hat{y} + (x^2 + y^2)\hat{z}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla}f \cdot \hat{n} = \frac{8}{\sqrt{2}} + -\frac{2}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

פרק 3 - קינמטיקה -

תוכן העניינים

1. תנועה בקו ישר (מימד אחד) ..... 42
2. תנועה במישור וזריקה משופעת (בליסטיקה) ..... 53
3. משוואת מסלול ..... 57
4. תאוצה נורמלית ומשיקית ורדיוס עקמומיות ..... 58
5. תרגילים נוספים ..... 61

## תנועה בקו ישר (מימד אחד):

רקע:

הגדרות:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \text{ - מהירות רגעית}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \text{ - מהירות ממוצעת}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \text{ - תאוצה רגעית}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \text{ - תאוצה ממוצעת}$$

קשרים הפוכים:

$$x(t) = \int v(t) dt$$

$$v(t) = \int a(t) dt$$

את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות)

מיקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v(t) = v_0 + at$$

שטח מתחת לגרף הפונקציה:

- השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות (כתלות בזמן) שווה להעתק (כאשר שטח מתח לציר הזמן מחושב כשלילי, אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך)

- השטח מתחת לגרף של התאוצה (כתלות בזמן) הוא שינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי)

## שאלות:

### (1) דני ודנה רצים זה לקראת זה

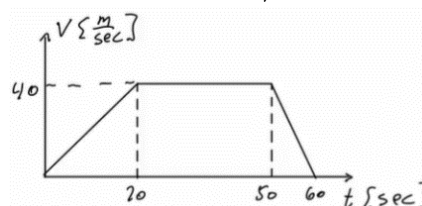
- דני ודנה רצים זה לקראת זה.  
 שניהם מתחילים לרוץ ממנוחה.  
 דני רץ בתאוצה של  $0.5$  מטר לשנייה בריבוע ודנה בתאוצה של  $1$  מטר לשנייה בריבוע.  
 המרחק ההתחלתי ביניהם הוא  $50$  מטר.  
 א. מתי והיכן יפגשו דני ודנה?  
 ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

### (2) דני שכח את הפלאפון

- דני רץ בקו ישר במהירות קבועה שגודלה  $14$  מטר לשנייה.  
 ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו.  
 באותו הרגע נמצא דני כבר במרחק של  $64$  מטר מיוסי.  
 יוסי מתחיל לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של  $8$  מטר לשנייה בריבוע.  
 א. מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עבור דני ויוסי.  
 שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.  
 ב. מתי מהירותו של יוסי שווה לזו של דני? האם הוא משיג את דני ברגע זה?  
 ג. מצא ביטוי למיקום כתלות בזמן עבור דני ויוסי.  
 שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.  
 ד. מתי ישיג יוסי את דני? כמה מרחק עבר יוסי עד אז?

### (3) גרף של מהירות אופנוע בזמן

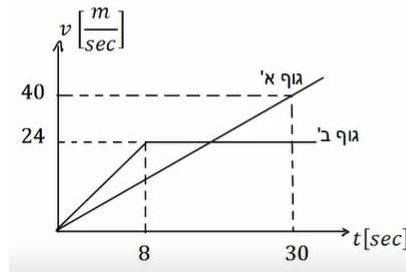
- בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנוע כתלות בזמן. האופנוע נע על קו ישר.  
 קבע את ראשית הצירים במיקום ההתחלתי של האופנוע.



- א. תאר את סוג התנועה של האופנוע בכל אחד מקטעי התנועה.  
 ב. מצא את תאוצת האופנוע כתלות בזמן.  
 ג. מהי מהירות האופנוע ברגעים:  $t = 15, 40, 55$ ?  
 ד. מצא את מיקום האופנוע באותם רגעים של סעיף ג'.

#### 4) גרף מהירויות של שני גופים

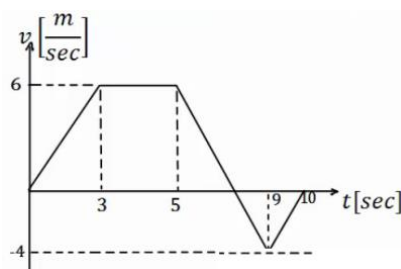
בגרף הבא מתוארות המהירויות של שני גופים כתלות בזמן. הנח ששני הגופים נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.



- תאר את תנועתו של כל גוף.
- רשום נוסחת מקום זמן לכל גוף.
- מצא את המרחק בין הגופים ברגעים:  $t = 3s$ ,  $24s$  וציין מי מקדים את מי.
- מתי מהירויות שני הגופים שוות?
- מתי מיקום שני הגופים זהה?

#### 5) תרגיל עם הכל

- הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר. הנח שהגוף מתחיל את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.
- תאר את התנועה של הגוף במילים.
  - שרטט גרף של התאוצה כתלות בזמן של הגוף.
  - מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית? מהו מרחק זה?
  - מהו המרחק הכולל שעבר הגוף?
  - מהו ההעתק הכולל שעשה הגוף?
  - מהי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?
  - מהו מרחק הגוף מהראשית ב-  $t = 6s$ ?
  - מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?
  - שרטט גרף של מיקומו של הגוף כתלות בזמן, אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.



**(6) תפוח עץ**

- תפוח נופל מעץ בגובה 15 מטרים.  
(הנח שהתפוח נופל ממנוחה והזנח את התנגדות האוויר).  
א. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בקרקע.  
ב. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בראשו של ניטון היושב מתחת לעץ.  
הנח שגובה הראש של ניטון בישיבה הוא אחד מטר.

**(7) חסידה מביאה חבילה**

- חסידה מרחפת במנוחה באוויר ומפילה חבילה מגובה של 320 מטרים.  
א. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשנייה הרביעית של תנועתה.  
ב. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשנייה האחרונה של תנועתה.

**(8) דני זורק כדור מחלון גבוה**

- דני זורק כדור כלפי מעלה מחלון בביתו הנמצא בגובה 105 מטרים מעל הקרקע (בניין גבוה). מהירות הכדור ישר אחרי הזריקה היא 20 מטר לשנייה.  
סמן את כיוון הציר החיובי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודת הזריקה.  
א. רשום נוסחאות מקום זמן ומהירות זמן עבור הכדור.  
ב. הכן טבלה ורשום בטבלה את הערכים של המיקום והמהירות ב-6 השניות הראשונות.  
ג. צייר את מיקום הכדור בכל שנייה ב-6 השניות.  
ד. מתי יפגע הכדור בקרקע?  
ה. חזור על סעיפים א' ו-ד' במקרה שבו ראשית הצירים בקרקע.

**(9) גוף נזרק אנכית מגג בניין**

- גוף נזרק אנכית כלפי מעלה מגג בניין שגובהו 40 מטר.  
מהירותו ההתחלתית של הגוף היא 30 מטר לשנייה.  
בחר ציר  $y$  שראשיתו בקרקע וכיוונו החיובי כלפי מעלה.  
א. רשום את פונקציית המקום-זמן, מהירות-זמן ותאוצה-זמן של הגוף.  
ב. ערוך טבלה של מהירותו ומיקומו בזמנים:  $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ sec}$ .  
ג. שרטט גרפים עבור שלושת הפונקציות שחישבת בסעיף א'.

**(10) כדור נזרק מלמעלה וגוף נזרק מלמטה**

- כדור נזרק כלפי מטה מראש בניין שגובהו 80 מטר.  
 מהירותו ההתחלתית של הכדור היא 15 מטר לשנייה.  
 באותו הרגע נזרק גוף שני מתחתית הבניין כלפי מעלה.  
 מהירותו ההתחלתית של הגוף השני היא 40 מטר לשנייה.
- רשום נוסחת מקום-זמן עבור כל גוף.
  - האם הגוף השני יעבור את גובה הבניין?
  - היכן ביחס לרצפת הבניין יחלפו הגופים אחד ליד השני?
  - רשום נוסחת מהירות-זמן לכל גוף.
  - מה תהיה מהירות כל גוף ברגע המפגש?
  - מהי מהירות הפגיעה בקרקע של כל גוף?
  - שרטט גרף מהירות-זמן וגרף מיקום זמן לכל גוף.

**(11) מהירות כנגזרת של פולינום**

- גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי:  $x(t) = 2t^3 - 12t + 30$   
 כאשר הזמן בשניות והמיקום במטרים.
- מצאו את המהירות כתלות בזמן.
  - מתי הגוף נעצר?

**(12) תנועה בקו ישר, מהירות כנגזרת**

- מיקומו של גוף הנע בקו ישר נתון לפי:  $x(t) = 32te^{-t}$ .
- מצא את הזמן בו הגוף נעצר.
  - מצא את מרחק הגוף ברגע זה מהראשית.

**(13) תנועה בקו ישר, מהירות כנגזרת ותאוצה**

- גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי:  $x(t) = -2t^3 + 6t + 3$   
 כאשר הזמן בשניות והמיקום במטרים.
- מצאו את המהירות כתלות בזמן ואת הרגע בו הגוף נעצר.
  - מהו המרחק המקסימאלי אליו הגיע הגוף?
  - מהי תאוצת הגוף?

**(14) תאוצה מפוצלת**

גוף נקודתי מתחיל לנוע ממנוחה ונע בקו ישר.

$$a(t) = \begin{cases} t \left[ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right], & 0 \leq t \leq 3[\text{sec}] \\ 5 - t \left[ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right], & 3 < t[\text{sec}] \end{cases}$$

תאוצת הגוף תלויה בזמן ונתונה לפי:

תנועת הגוף נמשכת עד לרגע בו הוא עוצר.

- א. מהי מהירות הגוף בזמן?
- ב. מהי המהירות המרבית של הגוף במהלך התנועה?
- ג. מתי עוצר הגוף?
- ד. איזה מרחק (העתק) הוא עובר עד לעצירה?

**(15) מהירות מינימלית**

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי:  $x(t) = \alpha t^3 - \beta t^2 + \gamma t$ .  
כל היחידות סטנדרטיות (מיקום במטר וזמן בשניות).

- א. מהן היחידות של  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ?
- ב. מהו מיקום הגוף ב- $t = 0$ ?
- ג. מצאו את המהירות ההתחלתית של הגוף.
- ד. מצאו מהי התאוצה ההתחלתית של הגוף.
- ה. חשבו את המהירות המינימלית של הגוף כפונקציה של הקבועים  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .  
בבעיה ומצאו מה התנאי שצריכים למלא הקבועים על מנת שאכן תהיה מהירות מינימלית.

**(16) ילד זורק כדור בקפיצה\***

ילד מנסה לזרוק כדור לתקרה של הכיתה אך אינו מצליח להגיע עד לתקרה.  
המורה לפיזיקה שהבחין בניסיונותיו של הילד הציע לו שיזרוק את הכדור תוך כדי קפיצה בכיוון מעלה.

- א. האם המורה צודק? לאיזה גובה יגיע הכדור אם הילד קופץ ומיד זורק את הכדור כלפי מעלה? הניחו שמהירות הקפיצה של הילד היא  $v_1$  ומהירות הזריקה של הכדור  $v_2$  ביחס לילד היא אותו הדבר.  
הניחו שזריקת הכדור לא משפיעה על הילד.
- ב. בטאו את ההעתק של הילד ושל הכדור כפונקציה של הזמן בו הילד זורק את הכדור.

**(17) זמן מינימלי לסיים מסלול\***

מכונית יכולה להאיץ מאפס ל-100 קמ"ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניח שקצב ההאצה קבוע. אותה מכונית יכולה לבלום בקצב של 0.5g. מהו הזמן המינימלי לעבור מסלול של 3 ק"מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצירה מוחלטת? (רמז: השתמש בגרף מהירות זמן).

**(18) כמה זמן הרכבת נסעה במהירות קבועה\***

רכבת יוצאת מיישוב א' אל יישוב ב'. בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאיצה בתאוצה קבועה. בשליש השני של הדרך הרכבת נוסעת במהירות קבועה. בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצירתה ביישוב ב'. זמן הנסיעה הכולל הוא T. כמה זמן נסעה הרכבת במהירות קבועה?

**(19) אדם משחרר כדור מתוך מעלית\***

מעלית עולה מגובה הקרקע במהירות קבועה. בזמן  $T_1$ , אדם הנמצא במעלית משחרר כדור מתוך המעלית דרך חור שברצפת המעלית. הכדור מגיע לקרקע כעבור  $T_2$  שניות. מצאו את גובה המעלית h בזמן  $T_1$ . נתונים  $T_1$  ו-  $T_2$ .

## תשובות סופיות:

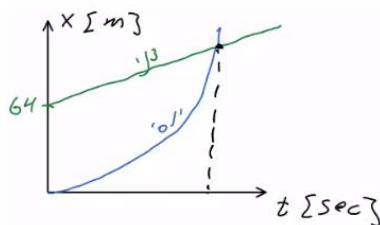
1. א. הזמן:  $t = 8.16 \text{ sec}$ , המיקום:  $16.65 \text{ m}$ .

ב.  $V_{\text{Dana}}(t = 8.16) = -8.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $V_{\text{Dani}}(t = 8.16) = 4.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .



2. א. דני -  $V(t) = 14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , יוסי -  $V(t) = 8t$ . גרף:

ב.  $t = 1.75 \text{ sec}$ , לא.



ג. דני -  $x(t) = 64 + 14t$ , יוסי -  $x(t) = 4t^2$ . גרף:

ד. ב-  $t = 6.12$ , המרחק:  $149.82 \text{ m}$ .

3. א. כאשר  $0 \leq t \leq 20$  (חלק I), התאוצה חיובית וקבועה, והמיקום הולך וגדל.  
כאשר  $20 \leq t \leq 50$  (חלק II), המהירות קבועה (אין תאוצה) והמיקום גדל.  
כאשר  $50 \leq t \leq 60$  (חלק III), התאוצה קבועה ושלילית והמיקום הולך וגדל.

$$a = \begin{cases} 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 20 \\ 0 & 20 < t < 50 \\ -4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 50 < t < 60 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

ג.  $V(t = 15) = 30 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $V(t = 40) = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $V(t = 55) = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .

ד.  $x(t = 15) = 225 \text{ m}$ ,  $x(t = 40) = 1,200 \text{ m}$ ,  $x(t = 55) = 1,750 \text{ m}$ .

4. א. גוף א': תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.

גוף ב': כאשר  $0 < t < 8$ , כמו גוף א'. כאשר  $8 \leq t$ ,

תנועה במהירות קבועה בכיוון חיובי.

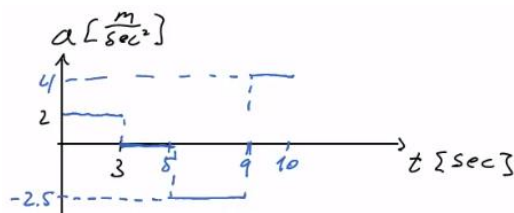
ב. גוף א':  $\frac{2}{3}t^2$ , גוף ב': כאשר  $0 \leq t \leq 8$ , כמו גוף א'.

כאשר  $8 \leq t \leq \infty$ ,  $x(t) = 96 + 24(t - 8)$ .

ג. כש-  $\Delta x(t = 3) = 7.5 \text{ m}$ , וכש-  $\Delta x(t = 24) = 96 \text{ m}$ . גוף ב' מקדים את א'.

ד.  $t = 18 \text{ sec}$  ה. כש-  $t = 31.42 \text{ sec}$ .

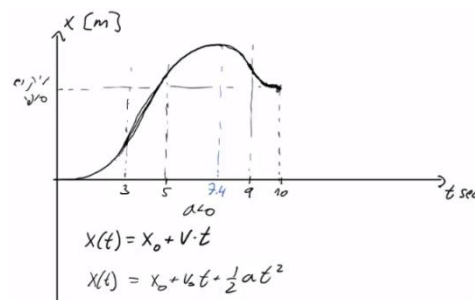
- 5) א. כאשר  $0 \leq t \leq 3$  (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.  
כאשר  $3 \leq t \leq 5$  (חלק II), תנועה במהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.  
כאשר  $5 \leq t \leq 9$  (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.  
תאוצה עד אשר המהירות מתאפסת, ואז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.  
התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילים לחזור בכיוון הנגדי.  
כאשר  $9 \leq t \leq 10$ , תאוצה קבועה חיובית, תאוצה. התקדמות בכיוון הנגדי.



גרף:  $a = \begin{cases} 2 \frac{m}{sec^2} & 0 < t < 3 \\ 0 & 3 < t < 5 \\ -2.5 \frac{m}{sec^2} & 5 < t < 9 \\ 4 \frac{m}{sec^2} & 9 < t < 10 \end{cases}$  ב.

ג. בזמן: 7.4 sec, המרחק: 28.2 m. ד.  $S = 33.4 m$ . ה.  $\Delta x = 23 m$ .

ו.  $\bar{V} = 2.3 \frac{m}{sec}$ . ז.  $\Delta x = x(t=6) = 25.75 m$ . ח.  $t = 3.5 sec$ .

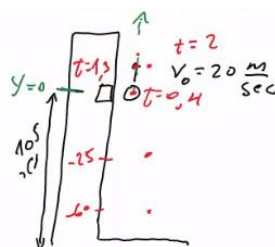


6) א.  $17.32 \frac{m}{sec}$  ב.  $V_F \approx 16.73$

7) א. 80 m ב.  $40 \frac{m}{sec}$

8) א. מקום-זמן:  $y(t) = 20t - 5t^2$ ,  $V(t) = 20 - 10t$

ב. ג. ד. 7 sec



| זמן (שניות) | מיקום (מטר) | מהירות (מטר לשנייה) |
|-------------|-------------|---------------------|
| 1           | 15          | 10                  |
| 2           | 20          | 0                   |
| 3           | 15          | -10                 |
| 4           | 0           | -20                 |
| 5           | -25         | -30                 |
| 6           | -60         | -40                 |

ה. (א) מקום-זמן:  $y(t) = 105 + 20t - 5t^2$ . מהירות-זמן:  $V(t) = 20 - 10t$

(ד) 7 sec

9 א. מקום-זמן:  $y(t) = 40 + 30t - 5t^2$ , מהירות-זמן:  $v(t) = 30 - 10t$ ,

תאוצה-זמן:  $a = -10$

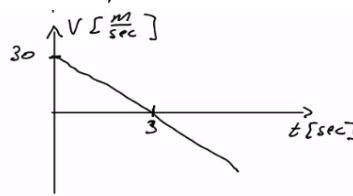
ב.

| זמן<br>(שניות) | מקום<br>(מטר) | מהירות<br>(מטר לשנייה) |
|----------------|---------------|------------------------|
| 0              | 40            | 30                     |
| 1              | 65            | 20                     |
| 2              | 80            | 10                     |
| 3              | 85            | 0                      |
| 4              | 80            | -10                    |
| 5              | 65            | -20                    |

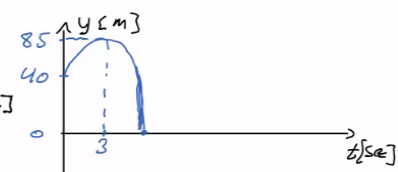
תאוצה-זמן:



מהירות-זמן:



ג. מקום-זמן:



10 א. גוף 1 - כדור:  $y_1(t) = 80 + (-15)t - 5t^2$ , גוף 2 - ריבוע:  $y_2(t) = 40t - 5t^2$ .

ב. יגיע בדיוק לגובהו. ג. 47.74m. ד. גוף 1:  $v_1(t) = -15 - 10t$

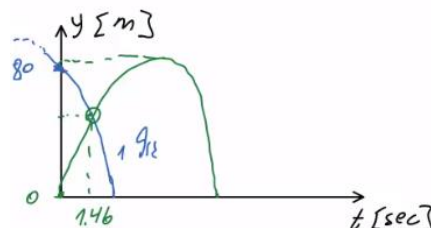
גוף 2:  $v_2(t) = 40 - 10t$  גוף 1:  $-29.6 \frac{m}{sec}$ , גוף 2:  $25.4 \frac{m}{sec}$

ו. גוף 1:  $-42.72 \frac{m}{sec}$ , גוף 2:  $-40 \frac{m}{sec}$

מהירות-זמן:



ז. מיקום-זמן: (גוף 1 בכחול, גוף 2 בירוק)



11 א.  $v = 6t^2 - 12$  ב.  $t = \sqrt{2} \text{ sec}$

12 א.  $t = 1 \text{ sec}$  ב.  $x(t=1) = \frac{32}{e}$

13 א.  $t = 1 \text{ sec}$ ,  $v(t) = -6t^2 + 6$  ב.  $X_{\max} = 7 \text{ m}$  ג.  $a = -12t$

$$V(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2} \left( \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) & 0 \leq t \leq 3 \\ \left( 5t - \frac{t^2}{2} - 6 \right) \left( \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) & 3 \leq t \end{cases} \quad \text{א. (14)}$$

$$V_{\max} = 6.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$\Delta x \approx 31.79 \text{m} \quad \text{ד.} \quad t_2 \approx 8.61 \quad \text{ג.}$$

$$[\alpha] = \frac{\text{m}}{\text{sec}^3}, [\beta] = \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, [\gamma] = \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א. (15)}$$

$$\text{ב. } 0$$

$$\gamma \quad \text{ג.}$$

$$-2\beta \quad \text{ד.} \quad -\frac{\beta^2}{3\alpha} + \gamma, \quad \alpha > 0 \quad \text{ה.}$$

$$\frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} \quad \text{א. (16)} \quad \text{המורה צודק} \quad \text{ב. ילד: } \frac{v_1^2}{2g}, \quad \text{כדור: } \frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} - v_2 t_0$$

$$T \approx 58 \text{sec} \quad \text{(17)}$$

$$t_2 = \frac{T}{5} \quad \text{(18)}$$

$$h = \frac{gT_2^2}{2 \left( 1 + \frac{T_2}{T_1} \right)} \quad \text{(19)}$$

## תנועה במישור וזריקה משופעת:

### רקע:

וקטור המיקום -  $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ .

וקטור ההעתק -  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ .

וקטור המהירות הממוצעת (velocity) -  $\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ .

וקטור המהירות הרגעית (velocity) -  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ .

וקטור התאוצה הממוצעת -  $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ .

וקטור התאוצה הרגעית -  $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$ .

גודל המהירות (Speed) -  $|\vec{v}| = \frac{dS}{dt}$ , כאשר S זה הדרך.

## שאלות:

## (1) דוגמה - דן יורה חץ על עץ

דן יורה חץ מגובה של 2 מטרים לעבר עץ הנמצא במרחק של 8 מטרים. מהירות היציאה של החץ מהקשת היא 30 מטר לשנייה. מצא באיזה גובה יפגע החץ בעץ אם הזווית שבה יורה דן את החץ היא 15 מעלות?



## (2) כדור מתגלגל מגג משופע

כדור מתגלגל מגג בניין משופע. הכדור מתחיל תנועתו ממנוחה מגובה של 2 מטרים מקצה הגג. שיפוע הגג הוא 30 מעלות מתחת לאופק. נתון כי תאוצת הכדור בכיוון תנועתו על הגג היא 5 מטרים לשנייה בריבוע. גובה קצה הגג מעל הקרקע הוא 6 מטרים. מצא את המרחק האופקי מקצה הגג בו יפגע הכדור בקרקע.

## (3) תנועת כדור עם רוח נגדית

כדור נבעט מהקרקע במהירות של 20 מטרים לשנייה ובזווית של 45 מעלות מהקרקע. רוח נגדית גורמת לכדור תאוצה בכיוון האופקי של 2 מטרים לשנייה בריבוע (בנוסף לתאוצת הכובד).

- מצא את מיקום הכדור ומהירותו ב-  $t = 2 \text{ sec}$ .
- מהו המרחק בו פוגע הכדור בקרקע?
- מהו הגובה המקסימאלי אליו הגיע הכדור?
- מהו המרחק האופקי המקסימאלי אליו הגיע הכדור?

## (4) מסירה בפוטבול

במשחק הפוטבול הרכז האחורי זורק כדור בזווית של 45 מעלות ביחס לקרקע ובמהירות של 30 מטרים לשנייה. שחקן הקבוצה הנמצא 15 מטרים קדימה מהרכז האחורי רץ במהירות של 5 מטרים לשנייה. השחקן רואה את הכדור ומתחיל להאיץ בתאוצה קבועה. מהי התאוצה הדרושה לשחקן כך שיוכל לתפוס את הכדור בדיוק בגובה בו הוא נזרק? האם סימן התאוצה יכול להיות שלילי? מה המשמעות של תאוצה זו?

**(5) דוגמה מהירות ממוצעת**

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא:  $\vec{r}(t) = 3t^2x + (2t+1)y$ .  
מצא את המהירות הממוצעת ב-5 השניות הראשונות של התנועה.

**(6) דוגמה - מהירות רגעית**

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא:  $\vec{r}(t) = 3t^3x + (4t-5)y$ .  
א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.  
ב. מהי מהירות הגוף ב- $t = 2$ ?

**(7) דוגמה - תאוצה**

מהירותו של גוף כתלות בזמן היא:  $\vec{v}(t) = 2t^3x + (6t-5)y$ .  
א. מצא את תאוצת הגוף כתלות בזמן.  
ב. מהי התאוצה הממוצעת בחמש השניות הראשונות של התנועה?

**(8) דרך והעתק**

מיקומו של גוף לפי הזמן נתון לפי:  $\vec{r}(t) = 2t^3x + (t^3-2)y$ .  
א. מצא את המהירות הרגעית (velocity) והתאוצה הרגעית כפונקציה של הזמן.  
ב. מצא את גודל המהירות (speed) כתלות בזמן.  
ג. מצא את הדרך שעשה הגוף בחמש השניות הראשונות.  
ד. מצא את המהירות הממוצעת (average velocity) ב-5 השניות הראשונות של התנועה.  
ה. מצא את ה-speed הממוצע של הגוף בחמש השניות הראשונות.

## תשובות סופיות:

(1)  $3.78\text{m}$

(2)  $4.49\text{m}$

(3) א.  $V_x = 10.14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $V_y = -5.86 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $x = 24.28\text{m}$ ,  $y = 8.28\text{m}$  ב.  $32.01\text{m}$

ג.  $10\text{m}$  ד.  $x_{\max} = 32.01$

(4)  $a = 5.99 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ , יכול לצאת שלילי, המשמעות שהשחקן צריך להאט בשביל להגיע לנקודה הזאת בדיוק יחד עם הכדור.

(5)  $\vec{V} = (15, 2)$

(6) א.  $\vec{V} = 9t^2\hat{x} + 4\hat{y}$  ב.  $\vec{V}(t=2) = (36, 4)$

(7) א.  $\vec{a}(t) = 6t^2\hat{x} + 6\hat{y}$  ב.  $\vec{a} = 50\hat{x} + 6\hat{y}$

(8) א.  $\vec{V}_{(t)} = 6t^2\hat{x} + 3t^2\hat{y}$  ב.  $|\vec{V}| = \sqrt{45}t^2$  ג.  $S \approx 279.5\text{m}$

ד.  $\vec{V} = 50\hat{x} + 25\hat{y}$  ה.  $|\vec{V}| \approx 55.9 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

## משוואת מסלול:

### רקע:

משוואת מסלול היא פונקציה מהצורה  $y(x)$ , סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה  $x(t)$  והצבה ב  $y(t)$ .

### שאלות:

#### 1) דוגמה-משוואת מסלול

מצא את משוואת המסלול ושרטט את המסלול על מערכת צירים עבור

$$x(t) = \sqrt{3+t^2}, \quad y(t) = \sqrt{7-t^2}$$

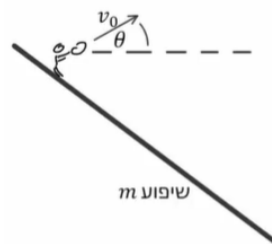
הנח ש-  $x$  ו-  $y$  תמיד חיוביים.

#### 2) זריקה משופעת על מישור משופע

איתי עומד על מישור משופע בעל שיפוע  $m$ , איתי זורק כדור לכיוון מורד המישור במהירות התחלתית  $v_0$  ובזווית  $\theta$  ביחס לאופק.

א. מצא מה המרחק מאיתי שבו יפגע הכדור? (התעלם מהגובה של איתי).

ב. מהי הזווית  $\theta$  עבורה מרחק זה יהיה מקסימאלי?



### תשובות סופיות:



$$y(x) = \sqrt{10 - x^2} \quad (1)$$

$$\tan 2\theta = \frac{1}{m} \quad \text{ב.}$$

$$x = \frac{2v_0^2 \cos^2 \theta (\tan \theta + m)}{g} \quad \text{א.}$$

## תאוצה נורמלית ומשיקית ורדיוס עקמומיות:

### רקע:

תאוצה משיקית:

$$|\vec{a}_t| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}, \quad \vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|^2} \vec{v}$$

התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

$$|\vec{a}_t| = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$$

תאוצה נורמלית:

$$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}, \quad \vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$$

התאוצה הנורמאלית היא ההרכיב של התאוצה שמאונך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

רדיוס עקמומיות:

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

### שאלות:

#### 1) תאוצה משיקית ונורמאלית

מיקומו של גוף כתלות בזמן נתון לפי:  $x(t) = 2t^2$ ,  $y(t) = (1-t)^2$

כאשר הצבה של הזמן בשניות תיתן מיקום במטרים.

א. מצא מתי מהירות הגוף מינימלית?

ב. מצא את מיקום הגוף כאשר מהירותו היא:  $6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .

ג. חשב את התאוצה המשיקית והנורמאלית ב-  $t = 2 \text{ sec}$ .

## (2) חישוב תאוצה משיקית ונורמלית גודל וכיוון

וקטור המיקום של גוף מסוים נתון ע"י המשוואה:  $\vec{r}(t) = t^2 \hat{x} + 4t \hat{y} - 5t^2 \hat{z}$ .

- חשב את וקטור המהירות של הגוף כתלות בזמן.
- חשב את וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן.
- חשב את גודל התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
- חשב את גודל התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.
- חשב את וקטור התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
- חשב את וקטור התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.

## (3) תאוצה משיקית ונורמלית בציקלואידה

המסלול שמשרטטת נקודה על ההיקף של גלגל בעת שזה מתגלגל (ללא החלקה) על משטח אופקי נקרא ציקלואידה. מיקום הנקודה בכל רגע נתון על ידי הביטוי:

$$\vec{r}(t) = (R \sin \omega t + R \omega t) \hat{x} + (R \cos \omega t + R) \hat{y}$$

הם קבועים נתונים.

- חשב את וקטור המהירות של הנקודה בכל רגע.
- מצא את הרגע בו הנקודה נמצאת בשיא הגובה (בציר ה- $y$ ) ואת הרגע בו הגובה מינימלי (קיימים אינסוף רגעים כי התנועה מחזורית, רשום בצורה כללית).
- מצא את תאוצת החלקיק בכל רגע.
- חשב את התאוצה המשיקית והנורמלית כאשר הנקודה מגיעה לגובה מקסימלי ומינימלי.
- חשב את התאוצה המשיקית והנורמלית ברגע שבו רכיב ה- $x$  של המהירות מתאפס.

## (4) חרוז נע על טבעת אליפטית

חרוז נע על פני טבעת אליפטית, כך שמיקומו בכל רגע כתלות בזמן הוא:

$$\vec{r}(t) = a \cos(\omega t) \hat{x} + b \sin(\omega t) \hat{y}$$

קבועים נתונים.

- מצא את התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
  - מצא את התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.
  - כאשר  $|a| = |b|$  האליפסה הופכת למעגל.
- במקרה זה, האם גודל המהירות במשך התנועה גדל, קטן, לפעמים גדל ולפעמים קטן או נשאר קבוע?

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } t = 0.2 \text{ sec} \quad \text{ב. } \vec{r} = (4.38, 0.23)$$

$$\text{ג. } \vec{a}_b = (4.24, 1.06) \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \quad \vec{a}_n = (-0.24, 0.94) \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$(2) \quad \text{א. } \vec{V}_{(t)} = \vec{R} = 2t\hat{x} + 4\hat{y} - 10t\hat{z} \quad \text{ב. } \vec{a} = \vec{V} = 2\hat{x} - 10\hat{z}$$

$$\text{ג. } |a_t| = \frac{52t}{\sqrt{26t^2 + 4}} \quad \text{ד. } |a_n| = \sqrt{\frac{208}{13t^2 + 2}}$$

$$\text{ה. } \vec{a}_t = \frac{52t}{26t^2 + 4} (t, 2, -5t) \quad \text{ו. } \vec{a} = \frac{4}{13t^2 + 2} (1, -13t, -5)$$

$$(3) \quad \text{א. } \vec{V} = \vec{R} = (R\omega \cdot \cos(\omega t) + R\omega)\hat{x} + (-R\omega \sin(\omega t))\hat{y}$$

$$\text{ב. } t_{\max} = \frac{2\pi}{\omega} k, \quad t_{\min} = \frac{\pi}{\omega} + \frac{2\pi}{\omega} k \quad \text{ג. } \vec{a} = \vec{V} = -\omega^2 R \sin(\omega t)\hat{x} - \omega^2 R \cos(\omega t)\hat{y}$$

$$\text{ד. } \vec{a}_t = 0, \quad \vec{a}_n = \vec{a} = -\omega^2 R \hat{y} \quad \text{ה. אי אפשר להגדיר.}$$

$$(4) \quad \text{א. } a_t = \frac{\omega^2 \sin(2\omega t)(a^2 - b^2)}{2\sqrt{a^2 \sin^2(\omega t) + b^2 \cos^2(\omega t)}}$$

$$\text{ב. } a_n = \sqrt{\omega^4 a^2 \cos^2(\omega t) + \omega^4 b^2 \sin^2(\omega t) + \left( -\frac{\omega^4 \sin^2(2\omega t)(a^2 - b^2)}{4(a^2 \sin^2(\omega t) + b^2 \cos^2(\omega t))} \right)}$$

$$\text{ג. } \left| \vec{V} \right| = \text{const}, \quad \text{הגודל נשאר קבוע.}$$

## תרגילים נוספים:

### שאלות:

#### (1) גודל מהירות מינימלי

וקטור המיקום של גוף מסוים כתלות בזמן נתון על ידי:  $\vec{r}(t) = 2t^2\hat{i} - 6j + (t-5)^2k$ .

א. מהו וקטור המהירות של הגוף כתלות בזמן?

ב. מהו וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן?

ג. מתי גודל מהירות הגוף מינימלי?

ד. מהו וקטור המיקום כאשר גודל מהירותו הוא:  $\sqrt{160} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ?

#### (2) וקטורים בזריקה משופעת

גוף נזרק מראשית הצירים במהירות התחלתית  $v_0$  ובזווית  $\theta$  ביחס לציר ה- $x$ .

א. מצאו את וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן.

ב. מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף כתלות בזמן.

ג. חשבו את הזווית בין וקטור המהירות לוקטור התאוצה כתלות בזמן.

#### (3) וקטור מיקום ומסלול

וקטור המיקום של גוף הנע במישור  $xy$  נתון לפי:  $\hat{r}(t) = A \sin(\omega t)\hat{x} + B \cos(\omega t)\hat{y}$ .

א. מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף.

ב. חשבו את הזווית בין וקטור המהירות לוקטור התאוצה ב- $t=0$ .

ג. הראו שוקטור התאוצה ווקטור המיקום הפוכים בכיוון.

ד. מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כלומר את  $y(x)$ .

#### (4) וקטור מיקום ומסלול עם זמן בריבוע

וקטור המיקום של גוף הנע במישור  $x-y$  נתון לפי:  $\vec{r}(t) = A \sin(\alpha t^2)\hat{x} + B \cos(\alpha t^2)\hat{y}$ .

א. מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף.

ב. מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כלומר את  $y(x)$ .

ג. מה ההבדל בין המסלול בתרגיל זה לבין המסלול בתרגיל הקודם?

**(5) רובין הוד יורה ותופס חץ**

רובין הוד יורה חץ במהירות  $v_0$  וזווית  $\theta$  ביחס לקרקע.  
 ברגע שחרור החץ מתחיל רובין הוד לרוץ בקו ישר ובתאוצה  $a(t) = Ae^{-kt}$ .  
 רובין הוד רוצה לתפוס את החץ ברגע פגיעתו בקרקע.  
 מצאו משוואה עם הפרמטרים  $A$ ,  $\theta$ ,  $v_0$  והמשתנה  $k$  ממנה ניתן לחלץ את  $k$   
 כך שרובין יצליח לתפוס את החץ. אין צורך לפתור את המשוואה.

**(6) תנועה במעגל\***

גוף נקודתי נע במישור אופקי  $xy$ .

בזמן  $t=0$  מהירות הגוף הייתה:  $\vec{v}(0) = 15\pi \hat{i} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  יחד עם וקטור המצב:  $\vec{r}(0) = 5\hat{j}\text{m}$ .

תאוצת הגוף כפונקציית זמן החל מרגע זה היא:

$$\vec{a}(t) = -45\pi^2 \sin(3\pi t) \hat{i} - 45\pi^2 \cos(3\pi t) \hat{j} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

- מצא את וקטור המהירות של הגוף בזמן.
- מצא את וקטור המצב של הגוף בזמן.
- מצא את הזווית בין וקטור המצב לוקטור התאוצה בזמן.
- מצא את משוואת המסלול של הגוף.

**(7) תנועה על אליפסה\***

מיקום של גוף נקודתי נתון במשוואה:  $\vec{r} = 4\sin(\pi t) \hat{i} + 3\cos(\pi t) \hat{j}$ .

(המיקום במטרים, הזמן בשניות).

- מצא את משוואת המסלול של הגוף.
- מצא את רגעי הזמן שבהם המהירות ורדיוס הוקטור מאונכים.
- מצא את תאוצת התנועה והראה שהיא מכוונת כלי ראשית הצירים.

$$\text{ד. מצא באיזה רגעי זמן גודל התאוצה הוא: } \frac{v^2}{r}.$$

- חשבו את המרחק המינימלי של הגוף מראשית הצירים.  
 כמה פעמים, במשך מחזור תנועה אחד, מגיע הגוף למרחק מינימלי מהראשית?

**(8) מהירות לפי גזירה תרגיל פשוט**

נתון וקטור  $r$  של חלקיק מסוים:  $\vec{r} = (8t, -5t^2)$ .

- א. מהו רכיב ה- $x$  של הווקטור בזמן?
- ב. מהו רכיב ה- $y$  של הווקטור בזמן?
- ג. מהי מהירותו בציר  $x$ ?
- ד. מהי מהירותו בציר  $y$ ?
- ה. האם מהירויות אלו קבועות בזמן?
- ו. מהו מרחק החלקיק מהראשית לאחר שעברו 3 שניות?

**(9) גזירת מיקום למציאת מהירות**

מיקומו של חלקיק נתון ע"י הווקטור  $r$ :  $\vec{r} = 5\sin(\pi t), 4t^3 + t^2, 8e^t$ .

- א. מצאו את ווקטור המהירות כפונקציה של הזמן.
- ב. מהי מהירות החלקיק ב- $t = 2$ ?

**(10) העתק לפי גזירה**

וקטור  $r$  מתאר מיקומו של חלקיק בזמן:  $\vec{r} = (5t, 10 + t^2)$ .

- א. מהו מיקום החלקיק בזמן  $t = 0$ ?
- ב. מהו מיקום החלקיק בזמן  $t = 5$ ?
- ג. מהו ההעתק בחמש השניות הראשונות?
- ד. מהי מהירות החלקיק בזמן  $t = 5$  (בהצגת גודל וכיוון)?

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \vec{v} = \dot{\vec{r}} = 4t\hat{i} + 2(t-5)\hat{k} \quad \text{א.} \quad \vec{a} = \dot{\vec{v}} = 4\hat{i} + 2\hat{k} \quad \text{ב.} \quad t_{\min} = 1\text{sec} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{r}(t_1) = 18\hat{i} - 6\hat{j} + 4\hat{k} \quad \text{ד.}$$

$$(2) \quad \vec{r}(t) = v_0 \cos \theta \cdot t \hat{x} + (v_0 \sin \theta \cdot t - 5t^2) \hat{y} \quad \text{א.} \quad \vec{v} = v_0 \cos \theta \hat{x} + (v_0 \sin \theta - 10t) \hat{y} \quad \text{ב.}$$

$$\cos \alpha = \frac{10t - v_0 \sin \theta}{\sqrt{(v_0 \cos \theta)^2 + (v_0 \sin \theta - 10t)^2}} \quad \text{ג.}$$

$$(3) \quad \vec{v} = \omega A \cos(\omega t) \hat{x} - \omega B \sin(\omega t) \hat{y}, \quad \vec{a} = -\omega^2 A \sin(\omega t) \hat{x} - \omega^2 B \cos(\omega t) \hat{y} \quad \text{א.}$$

$$\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1 \quad \text{ד.} \quad \text{ג. הוכחה.} \quad 90^\circ \quad \text{ב.}$$

$$(4) \quad \vec{v} = A \cos(\alpha t^2) 2\alpha t \cdot \hat{x} - B \sin(\alpha t^2) (2\alpha t) \hat{y} \quad \text{א.}$$

$$\vec{a} = \left[ -A \sin(\alpha t^2) (2\alpha t)^2 + 2\alpha A \cos(\alpha t^2) \right] \hat{x} - \left[ B \cos(\alpha t^2) (2\alpha t)^2 + 2\alpha B \sin(\alpha t^2) \right] \hat{y}$$

$$\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1 \quad \text{ב.} \quad \text{ג. אין הבדל}$$

$$(5) \quad \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{A}{k} \frac{2v_0 \sin \theta}{g} + \frac{A}{k^2} \left( e^{-k \frac{2v_0 \sin \theta}{g}} - 1 \right)$$

$$(6) \quad \vec{r}(t) = 5 \sin(3\pi t) \hat{i} + 5 \cos(3\pi t) \hat{j} \quad \text{ב.} \quad \vec{v}(t=0) = 15\pi \cos(3\pi t) \hat{i} - 15\pi \sin(3\pi t) \hat{j} \quad \text{א.}$$

$$x^2 + y^2 = 25 \quad \text{ד.} \quad \alpha = 180^\circ \quad \text{ג.}$$

$$(7) \quad \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = 1 \quad \text{א.} \quad t_1 = 0, t_2 = 1, t_3 = \frac{1}{2}, t_4 = \frac{3}{2} \quad \text{ב.}$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = -4\pi^2 \sin(\pi t) \hat{i} - 3\pi^2 \cos(\pi t) \hat{j} \quad \text{ג.}$$

$$\text{ה. } |\vec{r}|(t=1) = 3, \text{ פעמיים.} \quad t_1 = \frac{1}{4} \text{sec}, t_2 = \frac{5}{4} \text{sec}, t_3 = \frac{3}{4} \text{sec}, t_4 = \frac{7}{4} \text{sec} \quad \text{ד.}$$

$$(8) \quad r_x = 8t \quad \text{א.} \quad r_y = -5t^2 \quad \text{ב.} \quad v_x = \dot{r}_x = 8 \quad \text{ג.} \quad v_y = \dot{r}_y = -10t \quad \text{ד.}$$

ה. המהירות על  $x$  קבועה בזמן, המהירות על  $y$  לא קבועה בזמן.

$$|r_{t=3}| = \sqrt{2601} \quad \text{ו.}$$

$$(9) \quad \vec{v} = \dot{\vec{r}} = 5\pi \cos(\pi t), 12t^2 + 2t, 8e^t \quad \text{א.}$$

$$\vec{v}_{t=2} = 5\pi \cos(2\pi), 4 \cdot 2^3 + 2^2, 8e^2 = 5\pi, 36, 8e^2 \quad \text{ב.}$$

$$(10) \quad \vec{r}_{t=0} = (0, 10) \quad \text{א.} \quad \vec{r}_{t=5} = (25, 35) \quad \text{ב.} \quad |r_{t=5} - r_{t=0}| = \sqrt{1250} \quad \text{ג.}$$

$$|v_{(t=5)}| = \sqrt{125} \quad \text{ד.}$$

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

פרק 4 - תנועה יחסית - לרפרף

תוכן העניינים

1. הסבר על טרנספורמציית גליליי ..... 65
2. שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים ..... 70

## טרנספורמציית גליליי:

רקע:

$$\begin{aligned}\vec{r}_{1,2} &= \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \\ \vec{v}_{1,2} &= \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \\ \vec{a}_{1,2} &= \vec{a}_1 - \vec{a}_2\end{aligned}$$

שאלות:

### (1) כלב קופץ בתוך רכבת

כלב נמצא ברכבת הנעה במהירות  $8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  ביחס לקרקע. הכלב קופץ בכיוון התקדמות הקרון מרחק של 7 מטרים ביחס לקרון. במהלך הקפיצה מהירות הכלב קבועה ביחס לקרון ושווה ל-  $3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ . מהו המרחק שעבר הכלב ביחס לקרקע?

### (2) מדרגות נעות

כאשר אדם עומד על מדרגות נעות בחנות, הוא מגיע לקומה הרצויה תוך 50 שניות. יום אחד, המדרגות הנעות מתקלקלות והאדם צריך לעלות אותן ברגל בכוחות עצמו, כאשר הוא נע במלוא היכולת שלו, הוא מצליח להגיע לקומה הרצויה תוך 80 שניות. למחרת, המדרגות הנעות עובדות כרגיל, אך האדם מחליט לרוץ בהן במלוא יכולתו בכל זאת.

א. תוך כמה זמן יגיע לקומה הרצויה?

ב. האדם מנסה עתה לרדת חזרה לקומה המקורית במדרגות העולות (אלה בהן הוא עלה קודם).

האם הוא יכול להצליח בכך?

אם כן תוך כמה זמן יגיע לקומה המקורית?

**(3) כדור נזרק במעלית**

- מרצפת מעלית הנמצאת במנוחה נזרק כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה. הכדור עובר ליד שעון עצר, המחובר למעלית, ונמצא בגובה 2 מטרים מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.
- א. מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה עד לפגיעה ברצפת המעלית?  
 ב. מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?  
 ג. חוזרים על הניסוי, אבל כעת המעלית נעה (מלפני זריקת הכדור) במהירות קבועה כלפי מעלה של  $4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ . הזמן שמודד השעון הוא שוב 0.5 שניות.
- מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה ועד לפגיעה ברצפת המעלית?  
 ד. מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?  
 ה. מהי מהירות הכדור ביחס לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

**(4) כדור נזרק במעלית מאיצה**

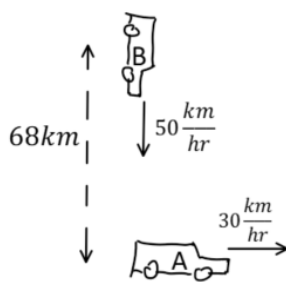
- מעלית נעה בתאוצה קבועה כלפי מעלה של  $2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ .
- ברגע שמהירות המעלית היא  $4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  נזרק מרצפת המעלית כדור כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה.
- הכדור עובר ליד שעון עצר המחובר למעלית ונמצא בגובה 1 מטר מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.
- א. מהו הזמן עד לפגיעת הכדור ברצפת המעלית?  
 ב. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס למעלית עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?  
 ג. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס לכדה"א עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?  
 ד. מהי מהירות הכדור יחסית לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

**(5) דוגמה - מכונית ביחס לאוטובוס**

- מכונית נוסעת במהירות של 30 מטר לשנייה בכיוון ציר ה- $x$ .  
 אוטובוס נוסע במהירות של 50 מטר לשנייה בכיוון ציר ה- $x$ .
- א. מצא את המהירות היחסית בין האוטובוס למכונית.  
 ב. מצא את הזווית בה האוטובוס יראה את המכונית נוסעת.

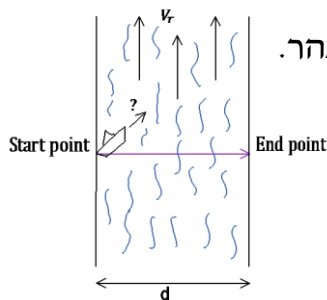
**(6) אבן נזרקת מכדור פורח – תעשיה טכניון**

סטודנטית נמצאת על משטח שעולה אנכית במהירות קבועה  $v_0 = 6 \frac{m}{sec}$ , נסמן ב-  $t = 0$  את הרגע בו התחיל לעלות המשטח מהקרקע. ברגע  $t_1 = 3sec$  הסטודנטית זורקת אבן במהירות  $v_1 = 8 \frac{m}{sec}$ , אופקית ביחס אליה. מהו הזמן בו האבן פוגעת בקרקע (ביחס לזמן אפס של השאלה)?

**(7) מרחק מינימלי בין מכוניות**

צופה הנמצא ברכב A יוצא מנקודה מסוימת לכיוון מזרח במהירות 30 קמ"ש. באותו הזמן רכב B יוצא ממרחק 68 ק"מ צפונית לנקודת יציאתו של רכב A ונוסע דרומה במהירות של 50 קמ"ש, כמתואר באיור. א. רשמו את פונקציית המרחק בין שני כלי הרכב כתלות בזמן. ב. מצאו תוך כמה שעות המרחק בין כלי הרכב יהיה מינימלי.

ג. מצאו את גודלו של מרחק זה. ג. הראו כי ברגע בו המרחק בין המכוניות מינימלי וקטור המיקום היחסי מאונך לוקטור המהירות היחסית.

**(8) סירה בנהר**

נהר זורם צפונה במהירות  $V_r$ . יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר. מהירות הסירה היא  $V_{br}$  יחסית לנהר. יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית בדיוק מזרחית לנקודת מוצאו. נתון כי רוחב הנהר d.

א. באיזה כיוון הוא יהיה חייב להשיט את הסירה? ב. מה מהירות הסירה יחסית לאדמה? ג. כמה זמן תארך דרכו?

**(9) אנייה שטה מערבה וצופה באנייה נוספת**

מאנייה A השטה מערבה במהירות 30 קמ"ש נראית אנייה B כאילו היא שטה בדיוק צפונה. כאשר אנייה A מאטה ומורידה את מהירותה ל-10 קמ"ש (באותו הכיוון) נראית ממנה אנייה B כאילו היא שטה בכיוון היוצר זווית של 42 מעלות מערבית לצפון. מהו גודלה וכיוונה של מהירות אנייה B ביחס לקרקע?

**(10) זווית פגיעה של גשם במכונית**

נהג הנוסע במהירות 100 קמ"ש רואה טיפות גשם נמרחות על השמשה הצדדית של המכונית בכיוון הפוך לכיוון הנסיעה ובזווית של 45 מעלות עם הציר האנך לכיוון הנסיעה.

נהג אחר הנוסע במהירות 70 קמ"ש רואה את טיפות הגשם בזווית 30 מעלות עם אותו הציר.

מצא את מהירות הטיפות ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

**(11) זווית בין מהירויות**

שני קליעים נורים ברגע  $t = 0$ . מיקומם ומהירותם ההתחלתית הם:

$$\dot{\mathbf{v}}_2(0) = -1\hat{i} + 4\hat{j}, \quad \dot{\mathbf{v}}_1(0) = 2\hat{i} + 5\hat{j}, \quad \dot{\mathbf{r}}_2(0) = \hat{i}, \quad \dot{\mathbf{r}}_1(0) = 0$$

על שניהם פועל כוח משיכה הגורם לתאוצה של  $\dot{\mathbf{a}} = -3\hat{i} + \hat{j}$  היחידות הן MKS.

א. מצא את  $\dot{\mathbf{r}}_2(t)$ ,  $\dot{\mathbf{r}}_1(t)$ .

ב. מצא את המרחק בין הקליעים כפונקציה של הזמן.

ג. מצא את הזווית בין  $\dot{\mathbf{v}}_1$  ל- $\dot{\mathbf{v}}_2$  ברגע  $t = 3$ .

**(12) מציאת מהירות בין מערכות**

ביחס למערכת ייחוס A, מיקומו של גוף מסוים נתונה על ידי:

$$\dot{\mathbf{r}}_A(t) = (6t^2 - 4t, -3t^3, 3)$$

מערכת ייחוס B נעה ביחס למערכת הייחוס הראשונה במהירות קבועה,  $\dot{\mathbf{V}}_{AB}$ . צופה הנמצא במערכת B רואה את הגוף נע כך שמיקומו בכל רגע הוא:

$$\dot{\mathbf{r}}_B(t) = (6t^2 - 3t, 2t - 3t^3, 5)$$

א. חשבו את המהירות של המערכת B ביחס למערכת A,  $\dot{\mathbf{V}}_{AB}$ .

ב. הראו שתאוצת הגוף זהה בשתי מערכות הייחוס, וחשבו אותה.

## תשובות סופיות:

$$25.7\text{m} \quad (1)$$

$$t = 30.8\text{sec} \quad \text{א.} \quad \text{ב. לא.} \quad (2)$$

$$t = 1.36\text{sec} \quad \text{א.} \quad \text{ב. } S = 2.62\text{m} \quad \text{ג. } t = 1.36\text{sec} \quad \text{ד. } S = 5.72\text{m} \quad (3)$$

$$v_1 = -2.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ה.} \quad (4)$$

$$t = 0.96\text{sec} \quad \text{א.} \quad \text{ב. } S = 1.76\text{m} \quad \text{ג. } S = 4.46\text{m} \quad \text{ד. } v_1 = 0.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (4)$$

$$v_2' = \left( -24.01 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, 15 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) \quad \text{א.} \quad \text{ב. } \theta_2' = 148^\circ \quad (5)$$

$$2.6\text{sec} \quad (6)$$

$$|r_{B,A}^r| = \sqrt{(30t)^2 + (68 - 50t)^2} \quad \text{א.} \quad \text{ב. } |r_{B,A}^r| = 35\text{km}, t = 1\text{hr} \quad \text{ג. הוכחה.} \quad (7)$$

$$\sin \theta = -\frac{V_r}{V_{br}} \quad \text{א.} \quad \text{ב. } V_{bx} = \sqrt{V_{br}^2 - V_r^2} \quad \text{ג. } t = \frac{d}{\sqrt{V_{br}^2 - V_r^2}} \quad (8)$$

$$V_B \approx 37.3 \text{ km/hr}, \alpha \approx 36.5^\circ \quad \text{צפונה מהמערב} \quad (9)$$

$$\text{מהירות: } V_y = -70.79 \frac{\text{km}}{\text{hr}}, V_x = 29.21 \frac{\text{km}}{\text{hr}}, \text{ גודל וכיוון: ראה סרטון.} \quad (10)$$

$$r_1(t) = \left( -\frac{3}{2}t^2 + 2t \right) \hat{i} + \left( \frac{t^2}{2} + 5t \right) \hat{j}, r_2(t) = \left( -\frac{3}{2}t^2 - t + 1 \right) \hat{i} + \left( \frac{t^2}{2} + 4t \right) \hat{j} \quad \text{א.} \quad (11)$$

$$|r_{1,2}^r| = \sqrt{10t^2 - 6t + 1} \quad \text{ב.} \quad \text{ג. } \alpha = 13.82^\circ$$

$$(1, -2, 0) \quad \text{א.} \quad \text{ב. הוכחה.} \quad (12)$$

## שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים:

### שאלות:

#### (1) שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים ודוגמה

צופה הנמצא באונייה A השטה מזרחה במהירות 15 קמ"ש רואה את אונייה B שטה במהירות 20 קמ"ש ובכיוון 60 מעלות צפונית למזרח. מהי המהירות של אונייה B ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

#### (2) סירה בנהר פתרון בשיטה השניה

נהר זורם צפונה במהירות  $V_r$ .

יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר.

מהירות הסירה היא  $V_{br}$  יחסית לנהר.

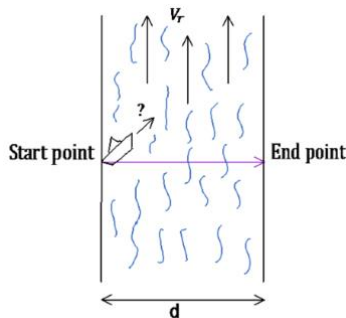
יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית בדיוק מזרחית לנקודת מוצאו.

א. סרטטו תרשים וקטורי ובו:

מהירות הסירה ביחס לקרקע, מהירות הנהר

ביחס לקרקע ומהירות הסירה ביחס לנהר.

ב. מצאו את כיוון מהירות הסירה ביחס לנהר.



#### (3) מטוס נראה משתי רכבות

צופה הנמצא ברכבת הנעה מזרחה במהירות של 50 קמ"ש רואה

מטוס חוצה את המסילה בזווית של 30 מעלות מערבית לצפון.

צופה אחר הנוסע ברכבת הנעה מערב במהירות של 100 קמ"ש רואה

את אותו המטוס חוצה את המסילה בזווית של 50 מעלות מזרחית לצפון.

א. סרטטו תרשים וקטורים ובו:

מהירות הצופים ביחס לקרקע, מהירות המטוס ביחס לכל צופה ומהירות

המטוס ביחס לקרקע (אין צורך לדעת את כל הנתונים בתרשים).

ב. מצאו את מהירות המטוס ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

#### (4) רכב רואה רכב רואה רכב

צופה היושב ברכב A רואה את רכב B כאילו הוא נע צפונה במהירות  $V_{BA}$ .

צופה היושב ברכב B רואה את רכב C, כאילו הוא נע בכיוון צפון מערב בזווית  $\alpha$

מהצפון ובמהירות  $V_{CB}$ .

רכב A נע ביחס לקרקע בכיוון צפון מזרח בזווית  $\beta$  מן הצפון ובמהירות  $V_A$ .

מהי המהירות של רכב C ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

**(5) שני דאונים**

שני דאונים טסים באותו הגובה.

באזור טיסתם קיים זרם אוויר במהירות 40 קמ"ש ובכיוון של 30 מעלות מזרחה מהצפון.

דאון 1 טס ביחס לזרם במהירות 30 קמ"ש ובכיוון צפון.

דאון 2 טס ביחס לקרקע במהירות לא ידועה אך בכיוון צפון.

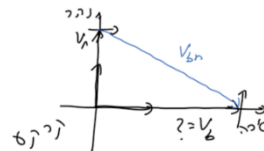
בנוסף הטייס שבדאון 1 רואה את דאון 2 כאילו הוא טס מערבה.

מצאו את גודל וכיוון מהירויות הדאונים ביחס לקרקע.

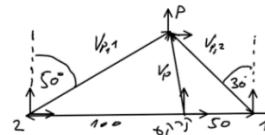
**תשובות סופיות:**

(1) 30.4 קמ"ש ובזווית 34.7 מעלות צפונית למזרח.

(2) א.  $\theta = \sin^{-1} \left( \frac{V_r}{V_{br}} \right)$  ב. דרומית למזרח.



(3) א. ב. 84.98 קמ"ש ובכיוון 2 מעלות מערבית מהצפון.



$$v_c = \sqrt{(v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha)^2 + (v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha)^2} \quad (4)$$

$$\tan \theta_c = \frac{v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha}{v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha}$$

(5) דאון 1 : 67.7 קמ"ש ובזווית 17.2 מעלות מזרחה מהצפון.

דאון 2 : 64.6 קמ"ש צפונה.

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

פרק 5 - חום והחוק הראשון של התרמודינמיקה

תוכן העניינים

|    |                                               |
|----|-----------------------------------------------|
| 72 | 1. חום טמפרטורה ואנרגיה פנימית.....           |
| 73 | 2. קיבול חום ושיטת הקלורימטריה.....           |
| 75 | 3. חום כמוס.....                              |
| 77 | 4. החוק הראשון וניתוח תהליכים פשוטים.....     |
| 82 | 5. קיבול חום של גזים ועקרון החלוקה השווה..... |
| 83 | 6. הקשר בין לחץ ונפח בהתפשטות אדיאבטית.....   |
| 86 | 7. הולכה הסעה וקרינה.....                     |
| 89 | 8. סיכום.....                                 |

## חום סמפרטורה ואנרגיה פנימית:

### סיכום כללי:

| הערות                                     | תיאור                                                                                                                                      | הנוסחה                             |
|-------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| האנרגיה הפנימית של הגז תלויה רק בטמפרטורה | אנרגיה פנימית של גז אידיאלי מונואטומי<br>n - מספר המולים<br>$R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$<br>T - טמפרטורה בקלווין | $E_{\text{int}} = \frac{3}{2} nRT$ |
| תלויה רק בטמפרטורה                        | עבור גז אידיאלי דו-אטומי                                                                                                                   | $E_{\text{int}} = \frac{5}{2} nRT$ |

### שאלות:

#### (1) דוגמה - שורפים קלוריות

לאיזה גובה צריך לטפס אדם שמסתו 60 ק"ג בשביל לשרוף 100Cal (100kilocal)?

### תשובות סופיות:

(1) 700m

## קיבול חום ושיטת הקלורימטריה:

### סיכום כללי:

| הערות | תיאור                             | הנוסחה           |
|-------|-----------------------------------|------------------|
|       | c - קיבול חום סגולי<br>ליחידת מסה | $Q = mc\Delta T$ |

### שאלות:

#### (1) דוגמה - מחממים ספל מים

- ספל מים שוקל 200 גרם ועשוי מזכוכית.  
כמה חום דרוש בשביל לחמם את הספל מטמפרטורת החדר ( $20^{\circ}\text{C}$ ) ל-  $80^{\circ}\text{C}$  אם:  
א. הספל ריק ממים.  
ב. הספל מכיל 200 גרם מים (הנמצאים גם בטמפרטורת החדר בהתחלה).

#### (2) דוגמה - הקפה מתקרר

- מוזגים 200 סמ"ק קפה בטמפרטורה של  $90^{\circ}\text{C}$  לכוס זכוכית בעלת מסה של 150 גרם הנמצאת בטמפרטורה של  $20^{\circ}\text{C}$ .  
מה תהיה טמפרטורת הקפה בכוס במצב שיווי משקל?  
הנח כי המערכת מבודדת בקירוב.

#### (3) דוגמה - מציאת קיבול חום באמצעות קלורימטר

- נרצה למצוא את קיבול החום של תרכובת מתכות חדשה.  
מחממים 100 גרם מהתרכובת ל-  $500^{\circ}\text{C}$  ומעבירים אותה במהירות לתוך קלורימטר.  
הקלורימטר מורכב ממיכל אלומיניום בעל מסה של 0.200kg המכיל 0.500kg מים בטמפרטורה של  $22.4^{\circ}\text{C}$ . הטמפרטורה הסופית הנמדדת על ידי המדחום היא  $40.8^{\circ}\text{C}$ .  
מהו קיבול החום הסגולי של התרכובת?  
ניתן להזניח את החום שהולך למדחום והחום שיוצא מהבידוד.

#### (4) תרגיל וניסוי - קומקום מחמם מים

- קומקום חשמלי פועל בהספק של 1850 וואט.  
כמה זמן ייקח לקומקום לחמם חצי ליטר של מים מטמפרטורה של  $22.2^{\circ}\text{C}$  ל-  $100^{\circ}\text{C}$ ?

- (5) **תרגיל וניסוי - קומקום מחמם מים - הפעם עם הקומקום**  
 המשך של התרגיל הראשון, גם הפעם נחמם חצי ליטר מים באותו הקומקום (1850W) אבל הפעם לא נחמם את הקומקום לפני הניסוי ונחשב שוב, כמה זמן ייקח לחמם את המים?  
 טמפרטורת החדר היא  $21.9^{\circ}\text{C}$  מסת הקומקום היא 754 גרם ונניח כי הוא עשוי נירוסטה וקיבול החום של נירוסטה הוא:  $500 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ .

### תשובות סופיות:

- (1) א.  $10^4 \text{ J}$       ב.  $6 \cdot 10^4 \text{ J}$   
 (2)  $81^{\circ}\text{C}$   
 (3)  $911 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{C}}$   
 (4) 90sec  
 (5) 100sec

## חום כמוס:

### סיכום כללי:

| הערות                                                                                                         | תיאור            | הנוסחה          |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-----------------|
| $L_F$ - חום כמוס להתכה<br>(מעבר ממוצק לנוזל או להיפך)<br>$L_V$ - חום כמוס לרתיחה<br>(מעבר מנוזל לגז או להיפך) | $L$ - החום הכמוס | $Q = m \cdot L$ |

### שאלות:

#### (1) דוגמה - קרח במים

מכניסים קוביית קרח בטמפרטורה של  $-15^{\circ}\text{C}$  ומסה של 300 גרם לתוך מיכל מים המכיל 1.5kg מים בטמפרטורה של  $20^{\circ}\text{C}$ .  
מה תהיה הטמפרטורה הסופית של התערובת?

#### (2) דוגמה - מציאת חום כמוס של כספית

לוקחים 1kg כספית הנמצאת במצב מוצק ובטמפרטורת ההתכה שלה,  $-39^{\circ}\text{C}$ .  
מניחים את הכספית בתוך קלורימטר המורכב ממיכל אלומיניום במסה של 0.40kg ומכיל 0.47kg מים בטמפרטורה של  $20^{\circ}\text{C}$ .  
הכספית מותכת והטמפרטורה הסופית של התערובת היא  $12^{\circ}\text{C}$ .  
מהו החום הכמוס הסגולי הדרוש להתכת כספית?  
קיבול החום הסגולי של כספית במצב הנוזלי הוא:  $c = 140 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ .

#### (3) תרגיל וניסוי - מתי יגמרו המים בסיר

מחממים 400ml מים על הגז בסיר נירוסטה שמשקלו 177 גרם.  
מודדים את טמפרטורת המים פעם אחת ורואים שהיא  $60.0^{\circ}\text{C}$ .  
16.68 שניות לאחר מכן הטמפרטורה היא  $63.3^{\circ}\text{C}$ .  
א. מהו קצב מעבר החום למים?  
מחממים את המים עד לנקודת הרתיחה  $100^{\circ}\text{C}$ .  
ב. כמה זמן ייקח לכל המים בסיר להפוך לאדים?

**(4) רוכב אופניים**

רוכב אופניים שותה 7 ליטר מים במהלך רכיבה של 3 שעות.  
נניח כי בקירוב כל האנרגיה של הרוכב הולכת לאידוי המים דרך זיעה.  
כמה אנרגיה בקילו-קלוריות השתמש הרוכב בנסיעה?  
(מכיוון שהיעילות של הגוף היא בערך 20% ההערכה שכל האנרגיה הולכת לחום היא לא רחוקה).

**(5) ברזל בקלורימטר**

מחממים חתיכה של 300 גרם ברזל ל-180 מעלות צלזיוס ושמים אותה בקלורימטר העשוי ממכל אלומיניום בעל מסה של 90 גרם שמכיל 285 גרם גליצרין ב-12 מעלות צלזיוס. הטמפרטורה הסופית של התערובת היא 38 מעלות צלזיוס. הערך מהו קיבול החום הסגולי של גליצרין.

**תשובות סופיות:**

**(1)**  $2^{\circ}\text{C}$

**(2)**  $11 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

**(3)** א.  $300 \frac{\text{J}}{\text{sec}}$  ב. בערך 40 דקות.

**(4)** 4500kcal

**(5)**  $2.3 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$

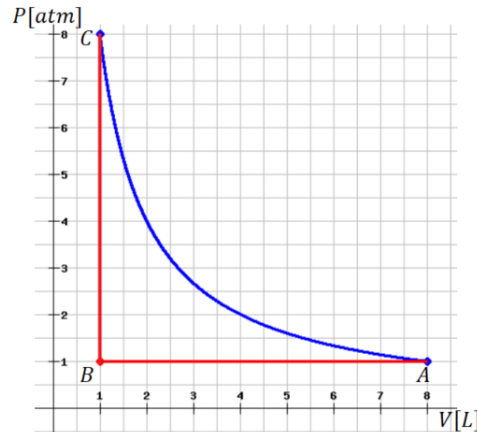
## החוק הראשון וניתוח תהליכים פשוטים:

### סיכום כללי:

| הערות                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | תיאור                                                                                                      | הנוסחה                                                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <p>חום היא אנרגיה שעוברת רק בגלל הפרשי טמפרטורות. עבודה היא אנרגיה שעוברת מכל סיבה אחרת.</p> <p>אם המערכת מבצעת עבודה אז <math>W</math> יהיה חיובי ואם מתבצעת עבודה על המערכת אז <math>W</math> יהיה שלילי.</p> <p>אם חום נכנס למערכת אז <math>Q</math> חיובי ואם חום יוצא מהמערכת אז <math>Q</math> שלילי.</p> | החוק הראשון                                                                                                | $\Delta E_{\text{int}} = Q - W$                         |
| <p>כולל אנרגיה קינטית ופוטנציאלית של כל המערכת כגוף אחד (או של מרכז המסה שלה).</p> <p>בדרכ מתייחס למערכות מכניות כמו גופים קשיחים (אבן שנזרקת לדוגמה).</p>                                                                                                                                                      | חוק ראשון נוסחה מורחבת                                                                                     | $\Delta U + \Delta E_k + \Delta E_{\text{int}} = Q - W$ |
| מתרחש כאשר המערכת צמודה למאגר חום גדול והתהליך הוא קוויזיסטטי (מאוד איטי).                                                                                                                                                                                                                                      | $T = \text{const}$<br>$Q = W, \Delta E_{\text{int}} = 0$                                                   | תהליך איזותרמי - טמפרטורה קבועה                         |
| מתרחש אם המערכת מבודדת או אם התהליך מהיר והחום לא מספיק לעבור.                                                                                                                                                                                                                                                  | $\Delta E_{\text{int}} = W$                                                                                | תהליך אדיאבטי - $Q = 0$                                 |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                            | תהליך איזוברי (לחץ קבוע) ואיזוכורי (נפח קבוע)           |
| <p>חיובי כאשר הנפח גדל ושלילי כאשר הנפח קטן</p> <p>הנוסחה נכונה לגזים, נוזלים ולמוצקים</p>                                                                                                                                                                                                                      | <p><math>W</math> - עבודה שמבצעת המערכת על הסביבה</p> <p><math>P</math> - לחץ<br/><math>V</math> - נפח</p> | $W = \int P dV$                                         |
| אי אפשר לצייר התפשטות חופשית בדיאגרמת $P$ - $V$ מכיוון שמשתני המצב לא מוגדרים במהלך ההתפשטות.                                                                                                                                                                                                                   | תהליך שבו גז מתפשט במרחב בצורה אדיאבטית ומבלי לעשות עבודה.                                                 | התפשטות חופשית - (free expansion)                       |

## שאלות:

- (1) **דוגמה - חוק ראשון**  
מוסיפים למערכת 1500J של חום ועושים על המערכת עבודה של 1000J.  
מה השינוי באנרגיה הפנימית של המערכת?
- (2) **דוגמה - אנרגיה קינטית לחום**  
קליע במסה של 3.0 גרם חודר לתוך עץ במהירות של 300 מטר לשנייה.  
כמה חום נוסף למערכת קליע ועץ?
- (3) **דוגמה - חישוב חום בתהליך איזוברי ואיזוכורי**  
גז אידיאלי מתחיל מהמצב המתואר בנקודה A בגרף.  
דוחסים את הגז בתהליך איזוברי עד לנקודה B ולאחר מכן מחממים את הגז בתהליך איזוכורי עד לנקודה C.  
הגרף המחבר בין A ל-C הוא גרף איזותרמי.  
א. מהי העבודה הכוללת שנעשתה בכל התהליך A עד C?  
ב. מהו החום שנוסף לגז בכל התהליך?

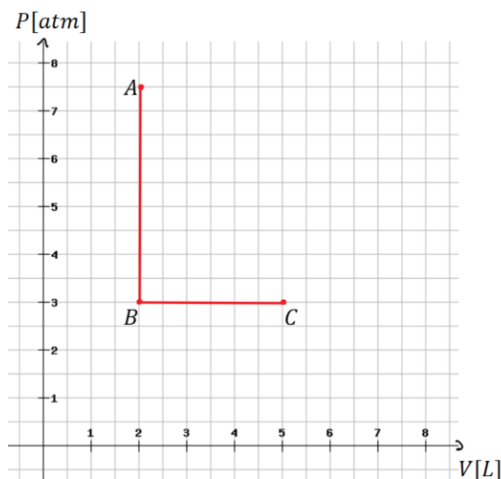


- (4) **דוגמה - עבודה של גז במנוע**  
במנוע 0.4 מול של גז אידיאלי מונואטומי מתרחבים במהירות ובצורה אדיאבטית כנגד הבוכנה. בתהליך, הטמפרטורה של הגז יורדת מ-1100K ל-400K.  
כמה עבודה ביצע הגז?
- (5) **מכונת בולמת**  
מכונת במשקל 1300 ק"ג נוסעת במהירות 80 קמ"ש.  
כמה חום נוצר במהלך הבלימה עד לעצירה מוחלטת?  
רשמו את התשובה בגאול ובקילו קלוריות.

### 6) תהליך נפח קבוע ולחץ קבוע

גז אידיאלי עובר תהליך המורכב משני שלבים.  
בשלב הראשון, AB, בגרף, מאפשרים לחום לצאת מהגז תוך שמירה על נפח קבוע.  
כתוצאה מכך הלחץ של הגז יורד מ-7.5atm ל-3atm.  
בשלב השני, BC, הגז מתרחב בלחץ קבוע מנפח 2.0L לנפח 5.0L ובכך חוזר  
לטמפרטורה שהייתה לו בתחילת כל התהליך.  
חשבו את :

- העבודה הכוללת שנעשתה על ידי הגז בתהליך.
- השינוי באנרגיה הפנימית של הגז.
- כמות החום הכוללת שיצאה או נכנסה לגז.



### 7) גז מתפשט איזותרמית

1.50 מולים של גז אידיאלי בנפח  $2.50\text{m}^3$  ובטמפרטורה  $280^\circ\text{K}$  מתפשטים  
איזותרמית עד לנפח  $5.00\text{m}^3$ .  
א. מהי העבודה שעושה הגז?  
ב. מהו השינוי באנרגיה הפנימית של הגז?  
ג. מהו החום שנוסף לגז?

### 8) גז מתפשט אדיאבטית

שניים וחצי מולים של גז אידיאלי מונואטומי מתפשטים אדיאבטית  
ומבצעים  $1.3 \cdot 10^4 \text{ J}$  של עבודה בתהליך.  
מהו השינוי בטמפרטורה של הגז במהלך ההתפשטות?

**(9) גז בתהליך ריבועי\***

גז אידיאלי עובר תהליך כפי שמתואר באיור, התהליך מתחיל במצב A ועושה סיבוב שלם עם השעון עד לחזרה למצב A.

בתהליך אחר שבו הגז עבר מהנקודה D לנקודה C בלחץ קבוע ידוע

$$\text{כי: } W_{D \rightarrow C} = 38 \text{ J}$$

בתהליך שלישי שהתרחש מהנקודה B לנקודה D ידוע כי:  $Q_{B \rightarrow D} = -85 \text{ J}$

$$\text{ו- } W_{B \rightarrow D} = -55 \text{ J (סוג התהליך לא ידוע).}$$

$$\text{כמו כן ידוע כי: } E_B - E_A = 15 \text{ J ו- } P_A = 2.2 P_D$$

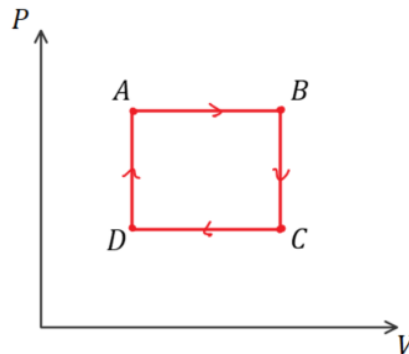
כל התהליכים התרכשו על אותו הגז.

א. תאר במילים כל שלב בתהליך הראשי, מהו סוג התהליך, האם נעשתה עבודה, האם האנרגיה הפנימית גדלה או קטנה, האם נכנס או יצא חום מהמערכת?

ב. מהי העבודה הכוללת שנעשתה על ידי הגז?

ג. מהי הנצילות של התהליך?

נצילות היא העבודה הכוללת שנעשתה חלקי החום שהושקע (כלומר נכנס לגז), כפול 100%.



## תשובות סופיות:

- (1) 2500J
- (2) 135J
- (3) א. -710J      ב. 710J
- (4) 3500J
- (5)  $Q = 3.2 \cdot 10^5 \text{ J} = 77 \text{ kcal}$
- (6) א. 910J      ב. 0      ג. 910J
- (7) א. 2420J      ב. 0      ג. 2420J
- (8)  $-0.042^\circ\text{K}$
- (9) א.  $A \rightarrow B$  - תהליך בלחץ קבוע, הגז עושה עבודה על הסביבה, האנרגיה הפנימית גדלה, נכנס חום למערכת.
- $B \rightarrow C$  - תהליך בנפח קבוע, לא נעשית עבודה, האנרגיה הפנימית קטנה, חום יוצא מהמערכת.
- $C \rightarrow D$  - תהליך בלחץ קבוע, נעשית עבודה על הגז, האנרגיה הפנימית קטנה, חום יוצא מהמערכת.
- $D \rightarrow A$  - תהליך בנפח קבוע, לא נעשית עבודה, האנרגיה הפנימית גדלה, חום נכנס למערכת.      ב. 46J      ג. 40%

## קיבול חום של גזים ועקרון החלוקה השווה:

### סיכום כללי:

| הערות | תיאור                                                                                            | הנוסחה                                       |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
|       | $Q_P/Q_V$ - כמות החום שעוברת בתהליך בנפח/לחץ קבוע.<br>$C_P/C_V$ - קיבול חום בנפח/לחץ קבוע (למול) | $Q_V = nC_V\Delta T$<br>$Q_P = nC_P\Delta T$ |
|       | $m_{mol}$ - מסה מולרית.<br>$c_P/c_V$ - קיבול חום בנפח/לחץ קבוע (ליחידת מסה)                      | $C_V = m_{mol}c_V$<br>$C_P = m_{mol}c_P$     |
|       | ההפרש בין קיבול החום בלחץ קבוע לקיבול החום בנפח קבוע תמיד שווה לקבוע R                           | $C_P - C_V = R$                              |

### שאלות:

#### (1) אנשים מחממים אולם קולנוע

אולם קולנוע מכיל 1800 מקומות ישיבה. נפח האולם הוא:  $2.0 \cdot 10^4 \text{ m}^3$ . בערב הבכורה של הסרט "תרגיל חם" האולם היה מלא ומערכת האוורור התקלקלה. בכמה מעלות תעלה הטמפרטורה במשך השעתיים של הקרנת הסרט אם אדם ממוצע פולט חום בקצב של 70 וואט. הנח שהאווריר הוא גז אידיאלי דואטומי וטמפרטורת החדר היא בערך  $20^\circ\text{C}$ .

#### (2) לחץ לינארי בטמפרטורה\*

גז אידיאלי דו אטומי מכיל 3.00 מולים בלחץ של 1.00 atm ובטמפרטורה של  $430^\circ\text{K}$ . הגז עובר תהליך שבו הלחץ שלו גדל לינארית עם הטמפרטורה. הטמפרטורה הסופית היא  $680^\circ\text{K}$  והלחץ הסופי הוא 1.80 atm. הנח שבכל התהליך יש 5 דרגות חופש פעילות.  
א. מהו השינוי באנרגיה הפנימית של הגז?  
ב. מהי העבודה שנעשתה על ידי הגז?  
ג. החום שנוסף לגז?

### תשובות סופיות:

(1)  $53^\circ\text{C}$

(2) א. 15600J ב. -1720J ג. 13900J

## הקשר בין לחץ ונפח בהתפשטות אדיאבטית:

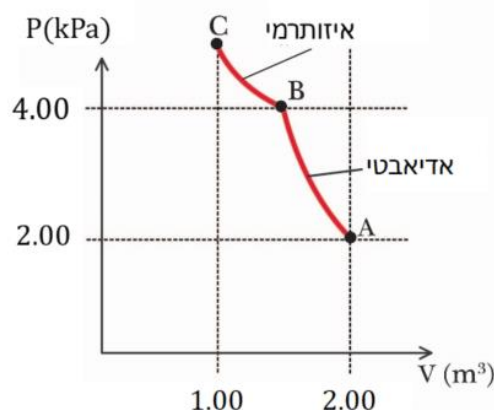
סיכום כללי:

| הערות | תיאור                                       | הנוסחה                            |
|-------|---------------------------------------------|-----------------------------------|
|       | הקשר בין לחץ ונפח בתהליך אדיאבטי קוויזיסטטי | $P \cdot V^\gamma = \text{const}$ |

שאלות:

### (1) דוגמה - מכווצים גז אדיאבטית ואיזותרמית

גז אידיאלי מונואטומי עובר תהליך כפי שמתואר בגרף. התהליך מתחיל מהמצב A והגז עובר כיווץ אדיאבטי עד למצב B ומשם הוא מכווץ איזותרמית עד לנקודה C. נתון:  $P_A = 2.00 \text{ kPa}$ ,  $V_A = 2.00 \text{ m}^3$ ,  $P_B = 4.00 \text{ kPa}$ ,  $V_C = 1.00 \text{ m}^3$ .  
 א. מצא את  $V_B$  ו- $P_C$  אינם ידועים.  
 ב. מהי העבודה הכוללת שנעשתה על הגז בתהליך?



### (2) לחץ וטמפרטורה בהתפשטות אדיאבטית

$1.00 \text{ mol}$  של גז מונואטומי אידיאלי בלחץ של  $1.00 \text{ atm}$  ובטמפרטורה של  $20^\circ \text{C}$  מתפשט אדיאבטית לנפח הגדול פי 2.25 מנפחו בהתחלה. מהם הלחץ והטמפרטורה הסופיים של הגז?

### (3) גז דו-אטומי מתפשט אדיאבטית

גז דו-אטומי מתפשט אדיאבטית. הטמפרטורה בהתחלה היא  $15^\circ \text{C}$  והטמפרטורה בסוף היא  $-25^\circ \text{C}$ . הנפח בהתחלה הוא:  $0.036 \text{ m}^3$ . מהו נפח הגז בסוף התהליך?

**(4) גז עובר תהליך בשלושה שלבים**

1.00mol של גז אידיאלי מונואטומי שנמצא בלחץ 1.00atm עובר את התהליך הבא:

שלב 1 - הגז מתפשט אדיאבטית מ-  $T_A = 578^\circ\text{K}$  עד ל-  $T_B = 388^\circ\text{K}$ .

שלב 2 - הגז נדחס בלחץ קבוע עד שהטמפרטורה שלו מגיעה ל-  $T_C$ .

שלב 3 - הגז חוזר לטמפרטורה והלחץ הראשוניים שלו בתהליך של נפח קבוע.

א. שרטטו את התהליך בדיאגרמת  $P - V$ .

ב. מהו  $T_C$ ?

ג. חשבו את השינוי באנרגיה הפנימית, את העבודה שביצע הגז ואת החום

שנוסף לגז בכל שלב בנפרד ובתהליך כולו.

**(5) צבר אוויר עולה בגובה \*\***

צבר אוויר הוא אוסף של מולקולות בעלי משתני מצב אחידים (לחץ וטמפ'). כשצבר אוויר עולה בגובה הוא משנה את הלחץ שלו בהתאם ללחץ של האוויר

$$\text{מסביבו, ולפי הנוסחה: } \frac{dP}{dy} = -\rho g$$

כאשר  $\rho$  הוא צפיפות המסה של הצבר והוא תלוי בגובה.

במהלך התנועה כלפי מעלה, הנפח גדל, ומכיוון שאוויר הוא מוליך חום גרוע אפשר להניח שההתפשטות היא אדיאבטית.

א. הראה שעבור גז אידיאלי שעובר תהליך אדיאבטי:  $P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{const}$

ב. הראה כי הקשר בין הלחץ לטמפרטורה של הצבר נתון לפי

$$\text{הנוסחה: } (1 - \gamma)(-\rho g) + \gamma \frac{P}{T} \frac{dT}{dy} = 0$$

ג. הראה כי התלות של הטמפרטורה בגובה היא:  $\frac{dT}{dy} = \frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{mg}{k}$

כאשר  $m$  היא מסה ממוצעת של מולקולה ו- $k$  הוא קבוע בולצמן.

ד. בהינתן שאוויר הוא גז דו אטומי עם מסה ממוצעת של  $29u$ ,

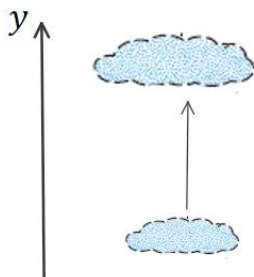
$$\text{הראה ש- } \frac{dT}{dy} = -9.8^\circ\text{C/k}$$

ה. בקליפורניה ישנם רוחות שמגיעות מההרים של מדבר סירה בנבדה.

גובה ההרים הוא כ-4000m. הרוחות מגיעות לעמק המוות שגובהו -100m,

ביחס לפני הים. אם טמפרטורת הרוח היא  $5^\circ\text{C}$  בהרים של נוודה מה תהיה

הטמפרטורה של הרוח בעמק?



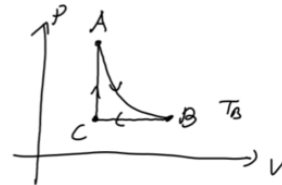
## תשובות סופיות:

(1) א.  $1.32 \cdot \text{m}^3$  ב.  $3.4 \cdot 10^3 \text{ J}$

(2)  $P = 0.258 \text{ atm}$ ,  $T = -103^\circ \text{C}$

(3)  $0.052 \text{ m}^3$

(4) א. ב.  $214^\circ \text{K}$



ג. שלב AB:  $Q = 0$ ,  $\Delta E_{\text{int}} = -2370 \text{ J}$ ,  $W = 2370 \text{ J}$

שלב BC:  $Q = -2170 \text{ J}$ ,  $\Delta E_{\text{int}} = -2170 \text{ J}$ ,  $W = -1450 \text{ J}$

שלב CA:  $Q = 3030 \text{ J} = \Delta E_{\text{int}}$ ,  $W = 0$

כל התהליך:  $Q = 920 \text{ J}$ ,  $\Delta E_{\text{int}} = 0$ ,  $W = 920 \text{ J}$

(5) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. הוכחה. ה.  $35^\circ \text{C}$

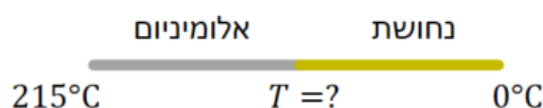
## הולכה הסעה וקרינה:

### סיכום כללי:

| הערות                                                                                                                                                                                                                   | תיאור                                                                                                                                                                                                                    | הנוסחה                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| אם אחד מהמשתנים אינו קבוע אז עוברים לנוסחה דיפרנציאלית<br>$\frac{dQ}{dt} = -kA \frac{dT}{dx}$ המינוס בנוסחה אומר שקצב הולכת החום הוא בכיוון הפוך לגרדיאנט הטמפרטורה (כלומר קצב הולכת החום הוא מהטמפרטורה הגבוהה לנמוכה) | $-\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ - קצב הולכת חום<br>$k$ - מוליכות תרמית - תלוי בסוג החומר, מופיע בטבלה.<br>$A$ - שטח חתך.<br>$l$ - אורך.                                                                                     | $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = kA \frac{(T_1 - T_2)}{l}$                                       |
| $R$ גבוה אומר מבודד טוב. לשים לב ש- $R$ תלוי גם באורך של החומר ולא רק בסוג.                                                                                                                                             | R- value                                                                                                                                                                                                                 | $R = \frac{l}{k}$                                                                            |
| שימו לב שהקצב תלוי בטמפרטורה ברביעית.<br>$\epsilon$ - תכונה של פני הגוף שקורן בגופים שחורים (לדוגמה פחם)<br>$\epsilon \approx 1$ ,<br>במתכות מבריקות<br>$\epsilon \approx 0$                                            | משוואת סטפן בולצמן - קצב החום הנפלט מגוף ע"י קרינה.<br>$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$ קבוע סטפן בולצמן.<br>$T$ - הטמפרטורה של הגוף הפולט.<br>$\epsilon$ - קירון (אמיסיביות)<br>$0 < \epsilon < 1$ | $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \epsilon \sigma A T^4$                                          |
| האמיסיביות זהה לקליטה ופליטה.<br>הקצב של קליטה קשור לטמפרטורה של הסביבה ברביעית.                                                                                                                                        | קצב קליטה של קרינה.<br>$T_2$ - הטמפרטורה של הסביבה.                                                                                                                                                                      | $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \epsilon \sigma A T_2^4$                                        |
|                                                                                                                                                                                                                         | הנטו של קצב פליטת הקרינה (פליטה פחות קליטה)<br>$T_1$ - הטמפרטורה של הגוף הפולט.<br>$T_2$ - הטמפרטורה של הסביבה.                                                                                                          | $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \epsilon \sigma A (T_1^4 - T_2^4)$                              |
| הקבוע הסולרי $1350 \frac{W}{m^2 \cdot s}$<br>האטמוספירה יכולה לספוג עד 70% מהקרינה.<br>ביום בהיר הקבוע בערך $1000 \frac{W}{m^2 \cdot s}$                                                                                | כמות החום שסופג גוף כתוצאה מקרינת השמש ביום בהיר                                                                                                                                                                         | $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \left(1000 \frac{W}{m^2 \cdot s}\right) \epsilon A \cos \theta$ |

## שאלות:

- (1) **דוגמה - איבוד חום דרך חלונות בבית**  
 מקור רציני לאיבוד החום בבית הוא דרך החלונות.  
 חשבו את קצב איבוד החום דרך חלון זכוכית בגודל  $1.0\text{m} \times 1.5\text{m}$  ועובי  $2.8\text{mm}$  אם הטמפרטורה בצד הפנימי של החלון היא  $18^\circ\text{C}$  ובצד החיצוני היא  $17^\circ\text{C}$ .
- (2) **דוגמה - קירור באמצעות קרינה**  
 אדם יושב בחדר לובש בגד ים בלבד.  
 הקירות של החדר נמצאים בטמפרטורה של  $15^\circ\text{C}$ .  
 הערך את כמות החום שהאדם מאבד כתוצאה מקרינה.  
 הנח שטמפרטורת העור היא בערך  $34^\circ\text{C}$  ו- $\varepsilon = 0.70$ .  
 שטח הפנים של האדם שבמגע עם האוויר הוא:  $1.5\text{m}^2$ .
- (3) **דוגמה - הערך את הרדיוס של הכוכב ביטלגוס**  
 כוכב הענק ביטלגוס פולט קרינה בקצב שהוא פי  $10^4$  גדול מהקצב של השמש שלנו.  
 הטמפרטורה על פני הכוכב ביטלגוס היא בערך חצי מזו של השמש.  
 הערך את הרדיוס של הכוכב אם  $\varepsilon = 1$  עבור השמש וביטלגוס ורדיוס השמש הוא:  $R_s = 7 \cdot 10^8\text{m}$ . הנוסחה לשטח פני כדור היא:  $4\pi R^2$ .
- (4) **מוט נחושת עם טמפרטורות שונות בקצוות**  
 מוט נחושת באורך של  $42\text{cm}$  וקוטר  $2.6\text{cm}$  מוחזק בצד אחד בטמפרטורה של  $320^\circ\text{C}$  ובצידו השני המוט טבול במים בטמפרטורה של  $20^\circ\text{C}$ .  
 חשבו את קצב מעבר החום במוט.
- (5) **מוט נחושת מחובר למוט אלומיניום**  
 מוט נחושת מחובר בקצה למוט אלומיניום, שני המוטות בעלי אותו שטח חתך ואותו האורך. הקצה השני של האלומיניום נמצא בתוך תנור בטמפרטורה קבועה של  $215^\circ\text{C}$  והקצה השני של הנחושת נמצא בתוך קרח בטמפרטורה קבועה של  $0^\circ\text{C}$ .  
 חשבו את הטמפרטורה בנקודת החיבור של המוטות.

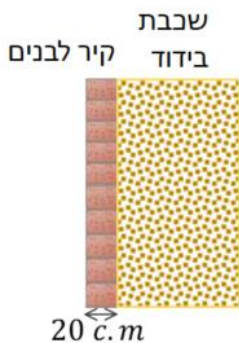


**(6) קרח נמס בצידנית**

צידינית בגודל  $20\text{ c. m} \times 30\text{ c. m} \times 50\text{ c. m}$  עשויה מקלקר.  
 הקירות של הצידינית הן בעובי  $1.5\text{ c. m}$ . ממלאים את הצידינית בקרח ב- $0^{\circ}\text{C}$ .  
 כמה זמן ייקח לקרח להתמוסס אם הצידינית נמצאת בחדר בו הטמפרטורה היא  $32^{\circ}\text{C}$ ?  
 המוליכות התרמית של קלקר היא:  $0.033 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$  והצפיפות של קרח היא:  $9.17 \cdot 10^2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

**(7) קרח נמס בשמש**

כמה זמן לוקח לשמש להמיס קוביית קרח ביום בהיר אם הקרח נמצא בטמפרטורה של  $0^{\circ}\text{C}$  וצורתו היא משטח ישר בגודל  $1.0\text{ m}^2$  ובעובי  $1.0\text{ c. m}$ .  
 הנח שהזווית של הקרניים עם האנך למשטח היא  $30^{\circ}$  והאמסיביות של הקרח היא  $0.050$ .

**(8) איבוד חום דרך קיר עם שכבת בידוד**

בידוד של קיר מורכב משכבה של לבנים ברוחב של  $20\text{ c. m}$  שצמודה לשכבת בידוד נוספת בעלת:  $\text{value} = 3 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{C}^{\circ}}{\text{J}} \cdot R$ .  
 מהו קצב החום המועבר אם השטח של הקיר הוא  $15\text{ m}^2$  והפרש הטמפרטורות הוא  $30^{\circ}\text{C}$ .

**תשובות סופיות:**

$$450 \frac{\text{J}}{\text{sec}} \quad (1)$$

$$120 \frac{\text{J}}{\text{sec}} \quad (2)$$

$$2.8 \cdot 10^{11} \text{ m} \quad (3)$$

$$140 \frac{\text{J}}{\text{sec}} \quad (4)$$

$$74^{\circ}\text{C} \quad (5)$$

$$\text{בערך } 58 \text{ שעות.} \quad (6)$$

$$\text{בערך } 20 \text{ שעות.} \quad (7)$$

$$140 \frac{\text{J}}{\text{sec}} \quad (8)$$

## סיכום:

### טבלאות:

| קיבול חום סגולי (Specific Heats)<br>(ב $1 \text{ atm}$ ו- $20^\circ\text{C}$ אלא אם מצוין אחרת) |                                                                         |                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| Substance                                                                                       | Specific Heat, c                                                        |                               |
|                                                                                                 | kcal/kg $\cdot$ $^\circ\text{C}$<br>(= cal/g $\cdot$ $^\circ\text{C}$ ) | J/kg $\cdot$ $^\circ\text{C}$ |
| Aluminum                                                                                        | 0.22                                                                    | 900                           |
| Alcohol(ryhyl)                                                                                  | 0.58                                                                    | 2400                          |
| Copper                                                                                          | 0.093                                                                   | 390                           |
| Glass                                                                                           | 0.20                                                                    | 840                           |
| Iron or steel                                                                                   | 0.11                                                                    | 450                           |
| Lead                                                                                            | 0.031                                                                   | 130                           |
| Marble                                                                                          | 0.21                                                                    | 860                           |
| Mercury                                                                                         | 0.033                                                                   | 140                           |
| Silver                                                                                          | 0.056                                                                   | 230                           |
| Wood                                                                                            | 0.4                                                                     | 1700                          |
| Water                                                                                           |                                                                         |                               |
| Ice ( $-5^\circ\text{C}$ )                                                                      | 0.50                                                                    | 2100                          |
| Liquid ( $15^\circ\text{C}$ )                                                                   | 1.00                                                                    | 4186                          |
| Steam ( $110^\circ\text{C}$ )                                                                   | 0.48                                                                    | 2010                          |
| Human body (average)                                                                            | 0.83                                                                    | 3470                          |
| Protein                                                                                         | 0.4                                                                     | 1700                          |

| חום במום (בלחץ של $1 \text{ atm}$ ) |                                       |                |       |                                       |                      |       |
|-------------------------------------|---------------------------------------|----------------|-------|---------------------------------------|----------------------|-------|
| Substance                           | Melting Point<br>( $^\circ\text{C}$ ) | Heat of Fusion |       | Boiling Point<br>( $^\circ\text{C}$ ) | Heat of Vaporization |       |
|                                     |                                       | kcal/kg*       | kJ/kg |                                       | kcal/kg*             | kJ/kg |
| Oxygen                              | -218.8                                | 3.3            | 14    | -183                                  | 51                   | 210   |
| Nitrogen                            | -210.0                                | 6.1            | 26    | -195.8                                | 48                   | 200   |
| Ethyl alcohol                       | -114                                  | 25             | 104   | 78                                    | 204                  | 850   |
| Ammonia                             | -117                                  | 8.0            | 33    | -33.4                                 | 33                   | 137   |
| Water                               | 0                                     | 79.7           | 333   | 100                                   | 539                  | 2260  |
| Lead                                | 327                                   | 5.9            | 25    | 1750                                  | 208                  | 870   |
| Silver                              | 961                                   | 21             | 88    | 2193                                  | 558                  | 2300  |
| Iron                                | 1808                                  | 69.1           | 289   | 3023                                  | 1520                 | 6340  |
| Tungsten                            | 3410                                  | 44             | 184   | 5900                                  | 1150                 | 4800  |

| קיבול חום של גזים ב 15°C |                                 |       |                                       |       |                              |                            |
|--------------------------|---------------------------------|-------|---------------------------------------|-------|------------------------------|----------------------------|
| Gas                      | Specific heats<br>(kcal/kg · K) |       | Molar specific heats<br>(cal/mol · K) |       | $C_V - C_P$<br>(cal/mol · K) | $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ |
|                          | $c_V$                           | $c_P$ | $C_V$                                 | $C_P$ |                              |                            |
| Monoatomic               |                                 |       |                                       |       |                              |                            |
| He                       | 0.75                            | 1.15  | 2.98                                  | 4.97  | 1.99                         | 1.67                       |
| Ne                       | 0.148                           | 0.246 | 2.98                                  | 4.97  | 1.99                         | 1.67                       |
| Diatomic                 |                                 |       |                                       |       |                              |                            |
| N <sub>2</sub>           | 0.177                           | 0.248 | 4.96                                  | 6.95  | 1.99                         | 1.40                       |
| O <sub>2</sub>           | 0.155                           | 0.218 | 5.04                                  | 7.03  | 2.00                         | 1.40                       |
| Triatomic                |                                 |       |                                       |       |                              |                            |
| CO <sub>2</sub>          | 0.153                           | 0.199 | 6.80                                  | 8.82  | 2.03                         | 1.30                       |
| H <sub>2</sub> O (100°C) | 0.350                           | 0.482 | 6.20                                  | 8.20  | 2.00                         | 1.32                       |

| מוליכויות תרמיות |                         |               |
|------------------|-------------------------|---------------|
| Substance        | Thermal Conductivity, k |               |
|                  | kcal<br>(s.m.C°)        | J<br>(s.m.C°) |
| Silver           | 10x10 <sup>-2</sup>     | 420           |
| Copper           | 9.2x10 <sup>-2</sup>    | 380           |
| Aluminum         | 5.0x10 <sup>-2</sup>    | 200           |
| Steel            | 1.1x10 <sup>-2</sup>    | 40            |
| Ice              | 5x10 <sup>-4</sup>      | 2             |
| Glass            | 2.0x10 <sup>-4</sup>    | 0.84          |
| Brick            | 2.0x10 <sup>-4</sup>    | 0.84          |
| Concrete         | 2.0x10 <sup>-4</sup>    | 0.84          |
| Water            | 1.4x10 <sup>-4</sup>    | 0.56          |
| Human tissue     | 0.5x10 <sup>-4</sup>    | 0.2           |
| Wood             | 0.3x10 <sup>-4</sup>    | 0.1           |
| Fiberglass       | 0.12x10 <sup>-4</sup>   | 0.048         |
| Cork             | 0.1x10 <sup>-4</sup>    | 0.042         |
| Wood             | 0.1x10 <sup>-4</sup>    | 0.040         |
| Goose down       | 0.06x10 <sup>-4</sup>   | 0.025         |
| Polyurethane     | 0.06x10 <sup>-4</sup>   | 0.024         |
| Air              | 0.055x10 <sup>-4</sup>  | 0.023         |

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

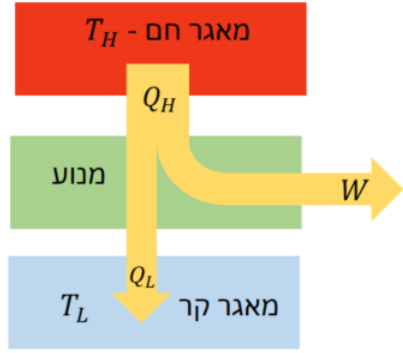
פרק 6 - החוק השני של התרמודינמיקה

תוכן העניינים

1. הקדמה לחוק השני של התרמודינמיקה ומנועי חום ..... 91
2. תהליכים הפיכים ובלתי הפיכים ומנוע קרנו ..... 94
3. מקררים מזגנים ומשאבות חום ..... 97
4. אנטרופיה ..... 99
5. סיכום ..... (ללא ספר) 94
6. פרשנות סטטיסטית לאנטרופיה והחוק השני ..... 103

## הקדמה לחוק השני של התרמודינמיקה ומנועי חום:

### סיכום כללי:

| הערות                                                                                    | תיאור                                                                                                                          | הנוסחה                                                                                             |
|------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| שימו לב לסימנים!<br>כל הסימנים חיוביים!<br><br>$T_H$ ו- $T_L$ נקראות<br>טמפרטורות העבודה | $Q_H$ - כמות החום<br>שיוצאת מהמאגר החם.<br>$Q_L$ - כמות החום<br>שנכנסת אל המאגר הקר.<br>$W$ - העבודה שהמנוע<br>מבצע על הסביבה. |  $Q_H = W + Q_L$ |
|                                                                                          |                                                                                                                                | $\eta = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$                                                       |

### שאלות:

#### 1) דוגמה - נצילות של מנוע מכני

- למנוע של מכניקה יש נצילות של 20%. המנוע מפיק 25kJ של עבודה כל שניה.  
 א. כמה חום דרוש להכניס למנוע כל שניה?  
 ב. כמה חום נפלט מהמנוע כל שניה?

#### 2) חישוב נצילות של מנוע חום

- מנוע חום פולט 6900J של חום כאשר הוא מבצע עבודה של 2300J.  
 מה הנצילות של המנוע באחוזים?

#### 3) חום שפולטת תחנת כוח

- תחנת כוח מייצרת 560MW של הספק חשמלי.  
 העריכו את החום שנפלט כל שניה אם הנצילות של התחנה היא 35%.

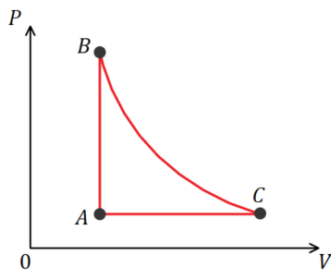
#### (4) מנוע 6 צילינדרים

למנוע עם 6 צילינדרים של אוטו יש נצילות של 24%. המנוע מספק  $180\text{ J}$  של עבודה בכל מחזור עבור כל צילינדר. המנוע עושה 25 מחזורים בשניה.

- מהי העבודה הכוללת שמבצע המנוע בשניה?
- מהו החום שנוצר משריפת הדלק כל שניה?
- אם האנרגיה הנוצרת מדלק היא  $32\text{ MJ}$  לליטר, לכמה זמן מחזיק מיכל דלק מלא המכיל 40 ליטר דלק?

#### (5) מנוע הפיך עם גז ארגון

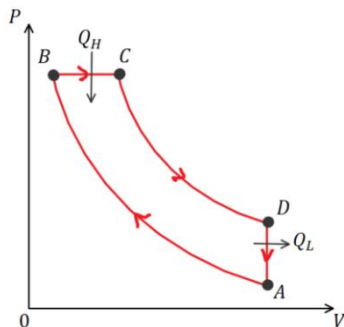
מנוע הפיך מכיל  $1.00\text{ mol}$  של גז ארגון, גז מונואטומי כמעט אידיאלי.



התהליך שעובר המנוע מתואר באיור כאשר הגז בהתחלה בנקודה A ב-STP. הנקודות B ו-C נמצאות על עקומה איזותרמית בטמפרטורה  $T = 433\text{ K}$ . התהליך AB הוא תהליך בנפח קבוע והתהליך AC הוא תהליך בלחץ קבוע.

- האם המנוע מבצע את התהליך באיור עם כיוון השעון או נגד השעון?
- מהי הנצילות של המנוע?

#### (6) מנוע בנזין אידיאלי



אפשר לתאר את הפעולה של מנוע דיזל בקירוב על ידי התהליך המחזורי באיור. אוויר נשאב לצילינדר בפעימת יניקה (לא חלק מהמחזור באיור).

האוויר נדחס אדיאבטית, שלב AB. בנקודה B דלק מוזרק לתוך הצילינדר. הדלק נשרף ישר כי הטמפרטורה מאוד גבוהה. הבעירה היא יחסית איטית ובמהלך החלק הראשון של פעימת העבודה הגז מתפשט כמעט בנפח קבוע, שלב BC. בשלב השני של פעימת העבודה, אחרי שהבעירה מסתיימת, הגז מתפשט אדיאבטית, שלב CD.

שלב DA מתאר את פעימת הפליטה.

א. הראה שעבור מנוע שעובר את התהליך הנ"ל עם גז אידיאלי הנצילות האידיאלית

$$\eta = 1 - \frac{(V_A/V_C)^{-\gamma} - (V_A/V_B)^{-\gamma}}{\gamma[(V_A/V_C)^{-1} - (V_A/V_B)^{-1}]}$$

היא:  $V_A/V_B$  נקרא יחס הדחיסה ו- $V_A/V_C$  נקרא יחס התרחבות "expansion ratio".

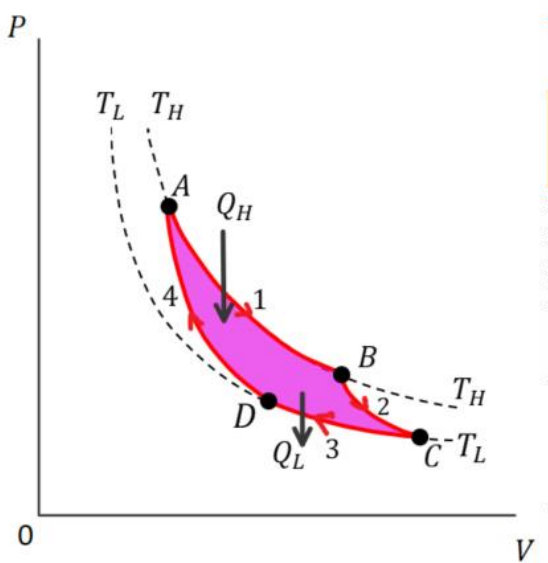
ב. חשב את הנצילות אם הגז הוא דו אטומי,  $V_A/V_B = 16$  ו- $V_A/V_C = 4.5$ .

### תשובות סופיות:

- (1) א. 125kJ ב. 100kJ
- (2) 25%
- (3) 1000J
- (4) א. 27000J ב. 110000J ג. 3.2hr
- (5) א. עם השעון. ב. 9%
- (6) א. הוכחה. ב. 55%

## תהליכים הפיכים ובלתי הפיכים ומנוע קרנו:

### סיכום כללי:

| הערות                                                                                                                                     | תיאור             | הנוסחה                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>השטח שסגור בתוך הלולאה שווה לעבודה נטו שנעשית על ידי המנוע.</p> <p>מורכב מתהליכים הפיכים ולכן לא קיים במציאות, ניתן רק לשאוף אליו.</p> | מחזור קרנו        |  |
| נקראת גם נצילות אידיאלית או מקסימאלית                                                                                                     | נצילות במנוע קרנו | $\eta_{קרנו} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$                                                 |

### שאלות:

#### (1) דוגמה - טענה לא הגיונית

יצרן רכב טוען כי במנוע שייצר קצב הכניסה של החום הוא 9.1kJ בטמפרטורה של 162°C וקצב הפליטה של החום הוא 4.1kJ בטמפרטורה של 22°C. האם אתם מאמינים ליצרן?

#### (2) דוגמה - נצילות של מנוע בעירה

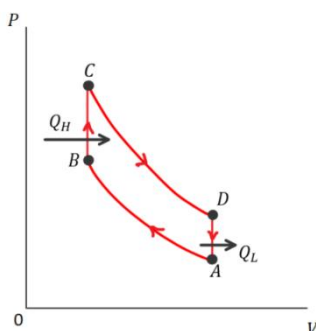
המחזור של מנוע בעירה מתואר באיור. הניחו שחומר העבודה הוא גז אידיאלי.

א. הראו כי הנצילות של המנוע

$$\eta = 1 - \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^{1-\gamma}$$

ב. חשבו את הנצילות של המנוע אם יחס

הדחיסה הוא:  $\frac{V_A}{V_B} = 7.0$  והגז הוא דואטומי בדומה ל- $O_2$  או  $N_2$ .





### (3) מנוע חום עם חנקן נוזלי

זה לא הכרחי שהמאגר החם של מנוע חום יהיה יותר חם מהסביבה. חנקן נוזלי זול בערך כמו בקבוק מים והטמפרטורה שלו היא בערך  $77\text{K}$ . מה תהיה הנצילות המקסימלית של מנוע הפועל בין הטמפרטורה של חנקן נוזלי לטמפרטורת החדר  $293\text{K}$ ?

### (4) מנוע $1100\text{W}$

מנוע קרנו פועל בטמפרטורות  $190^\circ\text{C}$  ו-  $25^\circ\text{C}$ . ההספק של המנוע הוא  $1100\text{W}$ . כמה חום פולט המנוע כל שניה?

### (5) מטפס הרים

הניחו שאדם ששוקל  $70\text{kg}$  צריך  $4.3 \cdot 10^3\text{kcal}$  של אנרגיה בשביל יום אחד של פעילות. העריכו את הגובה המקסימאלי שאותו אדם יכול לטפס על הר עם כמות זו של אנרגיה. כהערכה גסה אפשר להתייחס לאדם כמנוע הפועל בין טמפרטורות הגוף  $37^\circ\text{C}$  לטמפרטורת הסביבה  $20^\circ\text{C}$ .

### (6) טמפרטורת עבודה בנסיעה

מכונית מייצרת עבודה בקצב של בערך  $7 \frac{\text{kJ}}{\text{sec}}$  כאשר היא נוסעת במהירות

קבועה של  $25 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  בכביש אופקי, זוהי עבודה כנגד כוח החיכוך.

המכונית יכולה לנסוע  $14\text{km}$  לכל ליטר דלק.

מה הערך המינימלי של  $T_H$  אם  $T_L = 25^\circ\text{C}$  והאנרגיה הזמינה מליטר אחד של דלק היא:  $3.2 \cdot 10^7\text{J}$ ?

### (7) חישובים במחזור קרנו

מול אחד של גז מונואטומי עובר תהליך של מחזור קרנו, כאשר  $T_H = 380^\circ\text{C}$  ו-  $T_L = 180^\circ\text{C}$ .

הלחץ ההתחלתי הוא  $7.8\text{atm}$ .

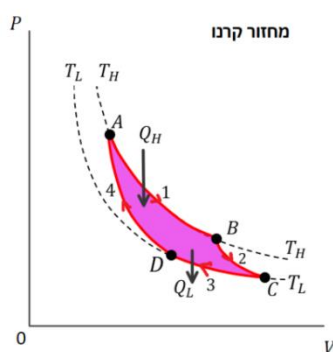
במהלך ההתרחבות האיזותרמית הנפח מוכפל.

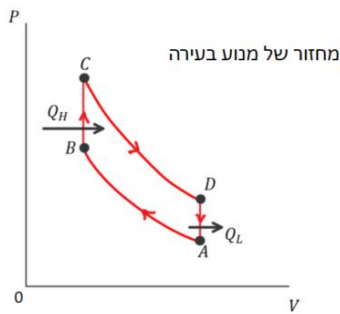
א. מהם הלחץ והנפח בנקודות: A, B, C, D?

ב. מצאו את  $Q$ ,  $W$  ו-  $\Delta E_{\text{int}}$  עבור כל שלב בתהליך.

ג. חשבו את הנצילות של המנוע באמצעות

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad \text{ו-} \quad \eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$$





### (8) יחס דחיסה במנוע בעירה

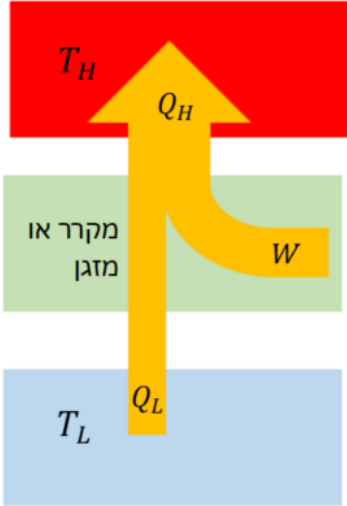
במנוע שמתנהג בקירוב כמו המחזור של מנוע בעירה הדלק מוצת בסוף שלב הדחיסה האדיאבטית. טמפרטורת ההצתה של דלק מסוג אוקטן 95 היא  $280^{\circ}\text{C}$  ובהנחה שחומר העבודה הוא גז שמגיע מהאוויר (דו אטומי בטמפרטורה  $25^{\circ}\text{C}$ ) קבעו מהו יחס הדחיסה המירבי  $\frac{V_A}{V_B}$ .

### תשובות סופיות:

- (1) לא.
- (2) א. הוכחה. ב. 54%
- (3) 74%
- (4) 5000J
- (5) 1400m
- (6)  $400^{\circ}\text{K}$
- (7) א.  $P_B = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $V_B = 1.4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ ,  $P_A = 7.9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $V_A = 0.69 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$
- ב.  $P_D = 3.2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $V_D = 1.2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ ,  $P_C = 1.6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $V_C = 2.4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$
- ג.  $\Delta E_{\text{int}_{BC}} = -2500 \text{ J}$ ,  $Q_{BC} = 0$ ,  $W_{BC} = 2500 \text{ J}$ ,  $\Delta E_{\text{int}_{AB}} = 0$ ,  $Q_{AB} = W_{AB} = 3800 \text{ J}$
- ד.  $\Delta E_{\text{int}_{DA}} = 2500 \text{ J}$ ,  $Q_{DA} = 0$ ,  $W_{DA} = -2500 \text{ J}$ ,  $\Delta E_{\text{int}_{CD}} = 0$ ,  $Q_{CD} = W_{CD} = -2600 \text{ J}$
- ה.  $\eta = 31\%$
- (8) 7.1

## מקררים מזגנים ומשאבות חום:

### סיכום כללי:

| הערות                                                                              | תיאור                                | הנוסחה                                               |
|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------------|
|  | מקדם היעילות של מקרר או מזגן         | $\text{COP} = \frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L}$ |
|                                                                                    | עבור מקרר או מזגן אידיאלי (לא מושלם) | $\text{COP}_{\text{ideal}} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$  |
| תמיד גדול מאחד                                                                     | מקדם היעילות של משאבת חום            | $\text{COP} = \frac{Q_H}{W}$                         |

### שאלות:

#### 1) דוגמה - מכינים קרח

למקפיא יש מקדם יעילות של 3.6 והוא עובד בהספק של 200W. כמה זמן ייקח למקפיא להקפיא מגש קוביות קרח אם המגש הוכנס למקרר המכיל 400gr מים ב-0°C?

#### 2) דוגמה - משאבת חום

למשאבת חום מקדם יעילות של 3.0 והספק של 1200W.  
 א. כמה חום היא מוסיפה לחדר כל שניה?  
 ב. אם הופכים את פעולת המשאבה בקיץ כך שתשמש כמזגן, מה תצפו שיהיה מקדם היעילות שלה?

**(3) מקדם יעילות של מקרר אידיאלי**

מקרר אידיאלי מחזיק את הטמפרטורה בתוכו ב- $4^{\circ}\text{C}$  כאשר הטמפרטורה בבית היא  $25^{\circ}\text{C}$ . מהו מקדם היעילות של המקרר?

**(4) מנוע קרנו עובד הפוך**

למנוע אידיאלי (מנוע קרנו) יש נצילות של 37%. אם היה אפשר להפעיל את המנוע הפוך כך שיעבוד בתור משאבת חום, מה היה מקדם היעילות של המנוע?

**(5) מקרר קרנו אידיאלי מקפיא מים**

"מקרר קרנו" (מנוע קרנו שעובד הפוך) מוציא חום מתא ההקפאה הנמצא בטמפרטורה של  $-15^{\circ}\text{C}$  ופולט אותו לחדר בטמפרטורה של  $25^{\circ}\text{C}$ .

א. הראו כי אם מקדם היעילות של מקרר מוגדר לפי:  $\text{COP} = \frac{Q_L}{W}$

אז מקדם היעילות של מקרר קרנו הוא:  $\text{COP}_{\text{ideal}} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$ .

ב. כמה עבודה מבצע המנוע לשנות  $0.6\text{ kg}$  של מים ב- $25^{\circ}\text{C}$  לקרח ב- $-15^{\circ}\text{C}$ ? אם ההספק של המדחס במנוע הוא  $160\text{ W}$ , מהו הזמן המינימלי הדרוש להקפיא מים מטמפרטורה של  $25^{\circ}\text{C}$  לקרח ב- $0^{\circ}\text{C}$ ?

**(6) משאבת חום לא אידיאלית**

משאבת חום פועלת כמזגן ושומרת את הטמפרטורה בתוך הבניין על  $24^{\circ}\text{C}$  כאשר הטמפרטורה בחוץ היא  $40^{\circ}\text{C}$ .

בשביל לבצע זאת המשאבה שואבת  $3 \cdot 10^7\text{ J}$  חום בשעה מתוך הבניין ביעילות של 25% מהיעילות האידיאלית (זו של מקרר קרנו).

א. מהו מקדם היעילות של המשאבה?

ב. מהו ההספק של המדחס במשאבה? רשום תשובה בכוח סוס.

**תשובות סופיות:**

(1) בערך 3 דקות.

(2) א.  $4600\text{ J}$  ב. 2

(3) 13

(4) 2.7

(5) א. הוכחה. ב.  $4.4 \cdot 10^4\text{ J}$

(6) א. 4.6 ב. 2.4HP

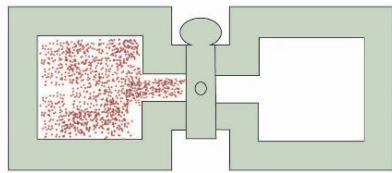
## אנטרופיה:

### סיכום כללי:

| הערות                                              | תיאור                                | הנוסחה                          |
|----------------------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------|
| רק בטמפרטורה קבועה<br>ובתהליך הפיך<br>T - בקלווין! | Q - כמות החום שנכנסת<br>למערכת       | $\Delta S = \frac{Q}{T}$        |
|                                                    | האנטרופיה היא משתנה<br>מצב של המערכת | השינוי באנטרופיה לא תלוי בתהליך |

### שאלות:

- (1) **דוגמה - שינוי באנטרופיה כשמערבבים מים**  
מערבבים 5kg מים ב-20°C עם 5kg מים ב-24°C.  
א. מה תהיה הטמפרטורה הסופית של המים המערבבים?  
ב. העריכו את השינוי באנטרופיה של כל המערכת.



- (2) **דוגמה - שינוי באנטרופיה בהתפשטות חופשית**  
גז מתפשט בצורה אדיאבטית וחופשית  
(כפי שמתואר בפרק הקודם בסרטון התפשטות  
חופשית) מנפח  $V_1$  לנפח  $V_2$ .  
א. חשבו את השינוי באנטרופיה של הגז.  
ב. מהו השינוי באנטרופיה של הסביבה?  
ג. הערך את השינוי באנטרופיה עבור  $n = 1.00$  ו- $V_2 = 2.00V_1$ .

- (3) **דוגמה - נחושת חמה נזרקת לתוך אגם**  
גוש נחושת חם בעל מסה של 2.00kg בטמפרטורה של  $T_1 = 840^\circ\text{K}$  נזרק לאגם  
גדול בטמפרטורה של  $T_2 = 280^\circ\text{K}$ .  
הניחו כי האגם מספיק גדול כך שהטמפרטורה שלו לא משתנה באופן מהותי.  
מהו השינוי באנטרופיה של:  
א. הנחושת.  
ב. האגם.  
ג. הכולל.

**(4) דוגמה - קוביית קרח נמסה**

קוביית קרח במסה של  $1.00\text{ kg}$  ובטמפרטורה של  $0^{\circ}\text{C}$  נמצאת במגע עם מאגר חום גדול שהטמפרטורה שלו היא מעט מעל  $0^{\circ}\text{C}$ . כתוצאה מכך הקרח נמס מאוד לאט למים. מה השינוי באנטרופיה של:

א. הקרח.  
ב. המאגר.

**(5) שינוי באנטרופיה של מים שהופכים לאדים**

מהו השינוי באנטרופיה של  $150\text{ gr}$  של מים ב- $100^{\circ}\text{C}$  שהופכים לאדים ב- $100^{\circ}\text{C}$ ?

**(6) קופסה מחליקה על משטח עם חיכוך**

קופסה בעלת מסה של  $6.5\text{ kg}$  מחליקה על משטח אופקי לא חלק (קיים חיכוך קינטי). חשבו את השינוי באנטרופיה של היקום מתחילת תנועתה של הקופסה במהירות  $5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  ועד לעצירתה. הניחו שכל הגופים נמצאים בטמפרטורת החדר  $293\text{ K}$ .

**(7) מים מתקררים ממאגר קרח**

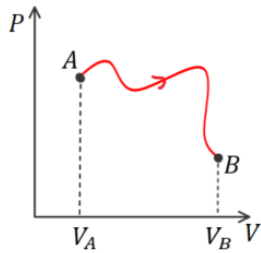
$1.0\text{ L}$  של מים ב- $0^{\circ}\text{C}$  נמצאים במגע עם כמות גדולה של קרח ב- $-10^{\circ}\text{C}$ . כתוצאה מכך המים קופאים ומתקררים גם ל- $-10^{\circ}\text{C}$ . חשבו את השינוי הכולל באנטרופיה.

**(8) מוט ברזל נזרק למים**

מוט ברזל בעל מסה של  $1.8\text{ kg}$  ובטמפרטורה של  $43^{\circ}\text{C}$  נזרק למיכל מים המצופה בקלקר. המיכל מכיל  $1.2\text{ kg}$  מים בטמפרטורת החדר ( $20^{\circ}\text{C}$ ). מהו השינוי הכולל באנטרופיה?

**(9) גז אידיאלי מתפשט איזותרמית**

גז אידיאלי מתפשט איזותרמית  $T = 350^{\circ}\text{K}$  מנפח  $2.30\text{ L}$  ולחץ  $6.9\text{ atm}$  ללחץ  $1.0\text{ atm}$ . מהו השינוי באנטרופיה של הגז?



### 10) גז אידיאלי עובר תהליך מוזר

גז אידיאלי המכיל  $n$  מולים עובר את התהליך המתואר באיור. הטמפרטורה בנקודות A ו-B זהה. חשבו את השינוי באנטרופיה של הגז בעקבות התהליך.  $V_A$ ,  $nV_B$ , נתונים.

### 11) שני גזים מתערבבים

1.00mol של גז חנקן ו-1.00mol של גז חמצן נמצאים בתאים נפרדים, זהים בגודלם, באותה הטמפרטורה ומבודדים מהסביבה. מחברים בין התאים והגזים (האידיאליים) מתערבבים. מהו השינוי באנטרופיה של:

- כל המערכת?
- של הסביבה?
- חזור על סעיף א' אם התא של אחד הגזים גדול פי שניים מהתא של השני.

### 12) קיבול חום מולרי משתנה

קיבול החום המולרי של אשלגן בטמפרטורות נמוכות משתנה עם הטמפרטורה לפי  $C_V = \alpha T + \beta T^3$  כאשר  $\alpha = 2.08 \frac{\text{mJ}}{\text{mol} \cdot \text{K}^2}$  ו-  $\beta = 2.57 \frac{\text{mJ}}{\text{mol} \cdot \text{K}^4}$ . מצאו את השינוי באנטרופיה של 0.25mol של אשלגן כאשר הטמפרטורה שלו יורדת מ-4.0K ל-2.0K בתהליך בנפח קבוע.

**תשובות סופיות:**

(1) א.  $22^{\circ}\text{C}$  ב.  $1 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

(2) א.  $\Delta S = nR \ln \frac{V_2}{V_1}$  ב.  $\Delta S = 0$  ג.  $5.76 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

(3) א.  $-857 \frac{\text{J}}{\text{K}}$  ב.  $1560 \frac{\text{J}}{\text{K}}$  ג.  $703 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

(4) א.  $-1220 \frac{\text{J}}{\text{K}}$  ב.  $1220 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

(5)  $910 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

(6)  $0.28 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

(7)  $48 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

(8)  $2.2 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

(9)  $8.8 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

(10)  $nR \ln \frac{V_B}{V_A}$

(11) א.  $5.8 \frac{\text{J}}{\text{K}}$  ב.  $0$  ג.  $13 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

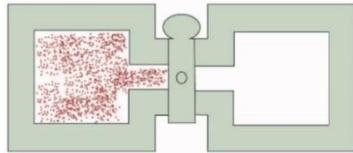
(12)  $-11 \frac{\text{mJ}}{\text{K}}$

## פרשנות סטטיסטית לאנטרופיה והחוק השני:

### סיכום כללי:

| הערות | תיאור                                                            | הנוסחה             |
|-------|------------------------------------------------------------------|--------------------|
|       | $k$ - קבוע בולצמן<br>$\Omega$ - פונקציית המצבים<br>המיקרוסקופיים | $S = k \ln \Omega$ |

### שאלות:



- (1) **דוגמה - התפשטות חופשית גישה סטטיסטית**  
השתמשו במשוואה של בולצמן לאנטרופיה וחשבו את השינוי באנטרופיה במקרה של התפשטות חופשית של מול אחד של גז אידיאלי מנפח  $V$  לנפח  $2V$ .  
הניחו ש- $\Omega$  אומרת את מספר המיקומים האפשריים של כל המולקולות. השוו לחישוב שנעשה בדוגמה הקודמת של התפשטות חופשית באמצעות הנוסחה של קלאוזיוס.

### (2) אנטרופיה להטלת 4 מטבעות

השתמשו בפונקציית המצבים  $\Omega$  וחשבו מה האנטרופיה בכל אחד מהמצבים המיקרוסקופיים שתוארו בדוגמה של הטלת 4 מטבעות.

| מספר המצבים המיקרוסקופיים | המצבים המיקרוסקופיים המתאימים (H-ראש, T-זנב) | המצב המיקרוסקופי |
|---------------------------|----------------------------------------------|------------------|
| 1                         | HHHH                                         | 4 ראש            |
| 4                         | THHH, HTHH, HHTH, HHHT                       | 3 ראש, 1 זנב     |
| 6                         | TTHH, THTH, HTTH, THHT, HTHT, HHTT           | 2 ראש, 2 זנב     |
| 4                         | HTTT, THTT, TTHT, TTTH                       | 1 ראש, 3 זנב     |
| 1                         | TTTT                                         | 4 זנב            |

### (3) הטלת 5 מטבעות

- דני לקח 5 מטבעות והטיל אותם בצורה אקראית על השולחן.  
א. רשמו טבלה ובה את מספר המצבים המיקרוסקופיים המתאימים לכל מצב מקרו.  
ב. מהי ההסתברות שבהטלה יצאו 3 מטבעות ראש ו-2 זנב?  
ג. מהי ההסתברות שכל המטבעות יפלו על זנב?  
ד. מהי ההסתברות שבהטלה יפלו לפחות 3 מטבעות על זנב?

#### (4) שינוי באנטרופיה בסידור 10 מטבעות

על שולחן ישנם 10 מטבעות כאשר 9 מתוכם נמצאים עם הראש כלפי מעלה ואחד עם הזנב כלפי מעלה. הופכים 3 מטבעות שהיו עם הראש כלפי מעלה. מה השינוי באנטרופיה של המערכת? השווה לשינוי באנטרופיה של מערכת תרמודינמית מאחד הדוגמאות הקודמות. ניתן לחשב את פונקציית המצבים גם באמצעות מקדמי הבינום של ניוטון:  $\frac{n!}{k!(n-k)!}$  כאשר  $n$  הוא מספר המטבעות ו- $k$  מספר המטבעות עם הזנב (או הראש) כלפי מעלה.

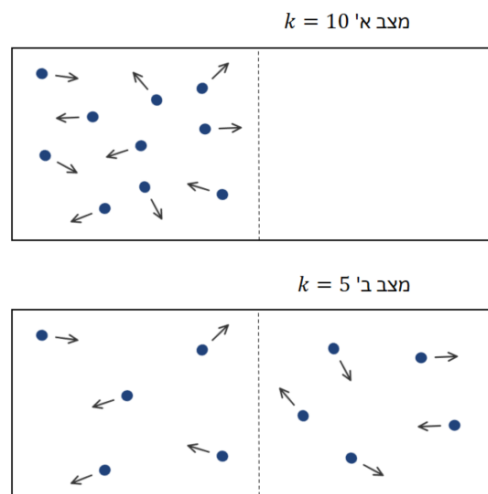
#### (5) גז עם 10 אטומים בתיבה

נניח שישנה מערכת דמויית גז המכילה  $n = 10$  אטומים במהירויות זהות. ה"גז" נמצא בתוך תיבה. נסמן את מספר האטומים הנמצאים בחציה השמאלית של התיבה ב- $k$ . מספר האפשרויות לסדר את האטומים כך ש- $k$  אטומים יהיו

$$\frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot$$

נניח כי כל ערך של  $k$  מסמל מצב מיקרוסקופי של המערכת. במצב א' שבאיור כל 10 האטומים בצד שמאל של התיבה ( $k = 10$ ) ובמצב ב' שבאיור 5 בחצי הימני ו-5 בשמאלי ( $k = 5$ ).

- מהו השינוי באנטרופיה במעבר בין מצב א' למצב ב'? האם התהליך יכול להתרחש בצורה ספונטנית?
- מהו השינוי באנטרופיה במעבר בין מצב ב' למצב א'? האם התהליך יכול להתרחש בצורה ספונטנית?



### תשובות סופיות:

(1)  $R \ln(2)$

(2)

| המצב המיקרוסקופי | אנטרופיה                          |
|------------------|-----------------------------------|
| 4 ראש            | 0                                 |
| 3 ראש, 1 זנב     | $1.91 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ |
| 2 ראש, 2 זנב     | $2.47 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ |
| 1 ראש, 3 זנב     | $1.91 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ |
| 4 זנב            | 0                                 |

(3) א.

| פונקציית המצבים $\Omega$ | המצבים המיקרוסקופיים                                                 | מצב מקרוסקופי |
|--------------------------|----------------------------------------------------------------------|---------------|
| 1                        | HHHHH                                                                | 5-H, 0-T      |
| 5                        | HHHHT, HHHHT, HHTHH, HTHHH, THHHH                                    | 4-H, 1-T      |
| 10                       | HHHTT, HHTHT, HTHHT, THHHT, HHTTH, HTTHH, THTHH, TTHHH, HTHTH, THHTH | 3-H, 2-T      |
| 10                       | כמו 3-H, 2-T רק להחליף H ב-T                                         | 2-H, 3-T      |
| 5                        | כמו 4-H, 1-T רק להחליף H ב-T                                         | 1-H, 4-T      |
| 1                        | כמו 5-H, 0-T רק להחליף H ב-T                                         | 0-H, 5-T      |

ד. 50%

ג. 3.125%

ב. 31.25%

(4)  $4.2 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$

(5) א.  $7.63 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ , ב.  $-7.63 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ , לא.

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

פרק 7 - דינמיקה - חוקי ניוטון

תוכן העניינים

|     |                            |
|-----|----------------------------|
| 106 | 1. חוקי ניוטון             |
| 116 | 2. גלגולות נעות ומכפלי כוח |
| 117 | 3. תרגילים נוספים          |

## חוקי ניוטון:

### רקע:

#### כוחות נפוצים:

##### כוח הכובד:

סימון:  $W$  (קיצור של Weight).

מופעל ע"י כדור הארץ.

כיוון: למרכז כדור הארץ (או לכיוון האדמה).

גודל:  $mg$ .

##### נורמל:

סימון:  $N$ .

מופעל ע"י משטח.

כיוון: תמיד מאונך למשטח ודוחף (מהמשטח כלפי חוץ).

גודל: לא ידוע, תלוי בבעיה (לא שווה ל- $mg$ ).

##### מתיחות:

מופעל על ידי חוט או חבל.

סימון:  $T$  (קיצור של Tension).

כיוון: תמיד מושך את הגוף לכיוון החוט.

הערה, חוט תמיד מושך משני צדדיו.

חוט אידיאלי – חוט חסר מסה שאינו משנה את אורכו (לא אלסטי).

בחוט אידיאלי המתיחות אחידה לאורך החוט.

### החיכוך:

#### חיכוך סטטי - $f_s$ :

פועל כאשר אין תנועה יחסית בין המשטחים.

מופעל ע"י המשטח.

כיוון: משיק למשטח (נגד כיוון השליפה לתנועה).

גודל:  $f_s \leq \mu_s N$  (בד"כ נעלם לא ידוע).

$\mu_s$  - מקדם חיכוך סטטי (תלוי בחומר וקבוע).

$f_s \leq \mu_s N$  - החיכוך הסטטי תמיד קטן מ-  $\mu_s N$ .

$f_{s\max} = \mu_s N$ .

לשים לב שאפשר להציב  $f_{s\max} = \mu_s N$  רק אם ידוע שהמערכת על סף החלקה.

**חיכוך קינטי -  $f_k$  :**

פועל כאשר יש תנועה יחסית בין המשטחים.

מופעל ע"י משטח.

כיוון : משיק למשטח (נגד כיוון התנועה היחסית).

$$\text{גודל : } f_k = \mu_k N$$

$\mu_k$  - מקדם החיכוך הקינטי – תלוי בסוגי החומרים. בד"כ קבוע.

$N$  - נורמל שמפעיל אותו משטח.

**חוק ראשון של ניוטון – התמדה :**

אם גוף נע בקו ישר ובמהירות קבועה (בהתמדה) סכום הכוחות עליו שווה לאפס. מקרה פרטי של תנועה במהירות קבועה הוא מנוחה. לכן, אם גוף נמצא במנוחה סכום הכוחות עליו הוא אפס.

**חוק שלישי – עקרון פעולה תגובה :**

לכל כוח שגוף A מפעיל על גוף B יש כוח תגובה שגוף B מפעיל חזרה על גוף A. כוח התגובה שווה בגודלו והפוך בכיוונו. שימו לב : הכוחות פועלים על גופים שונים ולכן אף פעם לא יופיעו באותו תרשים כוחות.

**חוק שני של ניוטון :**

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

בפועל רושמים את הנוסחה לכל ציר בנפרד.

**חוק הוק – הכוח של קפיץ :**

$$F = -k\Delta x$$

$$\Delta x = x - x_0$$

$x$  - מיקום הגוף.

$x_0$  - מיקום שבו הקפיץ רפוי.

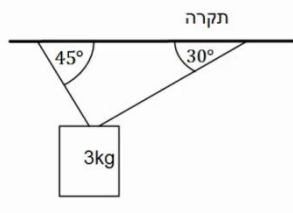
חיבור קפיצים במקביל (שני הקפיצים מחוברים לגוף ולקיר) -  $k_{eff} = k_1 + k_2$

חיבור קפיצים בטור (גוף מחובר לקפיץ אחד שמחובר לקפיץ שני שמחובר לקיר) -



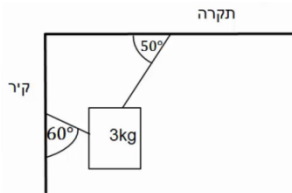
$$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

## שאלות:



## (1) דוגמה-גוף תלוי מהתקרה

גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות שני חוטים, לפי האיור הבא.  
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

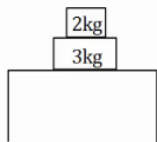


## (2) דוגמה-גוף תלוי מהתקרה ומהקיר

גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט ומחובר לקיר המאונך לתקרה באמצעות חוט נוסף (הסתכל באיור).  
מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

## (3) דוגמה-מסה על מסה

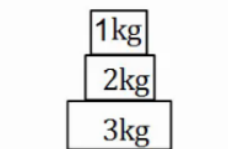
במערכת הבאה ישנה מסה של 3 ק"ג הנמצאת במנוחה על שולחן.  
על המסה מונחת מסה נוספת של 2 ק"ג.



- שרטט תרשים כוחות לכל אחת מהמסות.
- חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה העליונה.
- חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה התחתונה.
- חשב את הכוח הנורמלי הפועל על השולחן.

## (4) דוגמה-מסה על מסה על מסה

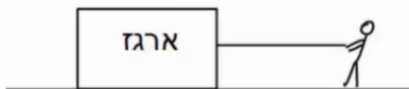
שלוש מסות מונחות אחת על גבי השנייה ועל הקרקע במנוחה, כפי שנראה בציור.

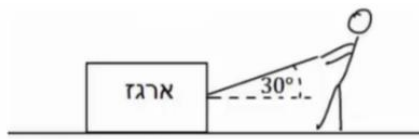


- מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה המסה הכי תחתונה על המסה מעליה?
- מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה הרצפה על המסה הכי תחתונה?

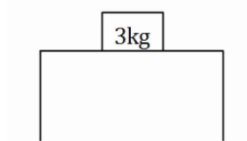
## (5) דוגמה-דני מושך במקביל לקרקע

דני מושך ארגז במקביל לקרקע. ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא:  $\mu_k = 0.2$ .  
מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל דני, אם הארגז נע במהירות קבועה?

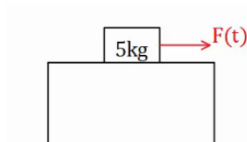


**(6) ירון מושך ארגז בזווית**

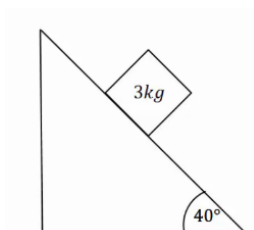
ירון מושך ארגז באמצעות חבל הנמתח בזווית של 30 מעלות ביחס לקרקע. ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא:  $\mu_k = 0.2$ . מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל ירון, אם הארגז נע במהירות קבועה?

**(7) גוף על שולחן**

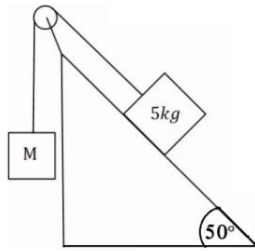
גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן. מקדם החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.4$ . א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה? כוח אופקי בגודל 10 ניוטון פועל על הגוף ימינה. ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

**(8) כוח תלוי בזמן**

גוף בעל מסה של 5 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן. כוח אופקי התלוי בזמן  $F(t) = 2 \cdot t^2$  פועל על הגוף ימינה. מקדם החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.3$ . א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה? ב. מתי יתחיל הגוף בתנועה? ג. שרטט גרף של החיכוך הסטטי כתלות בזמן.

**(9) מסה בשיפוע**

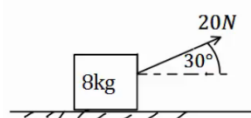
מסה של 3 ק"ג נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית של 40 מעלות. בין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.9$ . א. שרטט תרשים כוחות לבעיה. ב. מצא את גודלם של הכוח הנורמלי והחיכוך.

**10) מסה בשיפוע ומסה באוויר**

מסה של 5 ק"ג מונחת על מישור משופע בעל זווית של 50 מעלות. המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית למסה נוספת M התלויה באוויר מצידו השני של המישור.

א. מצא את גודלה של המסה M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה כאשר אין חיכוך בבעיה. כעת נתון שבין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.3$ .

ב. מצא מה הוא גודלה המקסימלי והמינימלי האפשרי של M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה.

**11) דוגמה-כוח בזווית 30 מעלות**

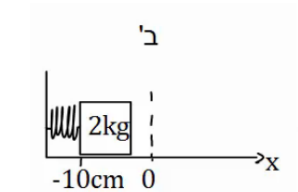
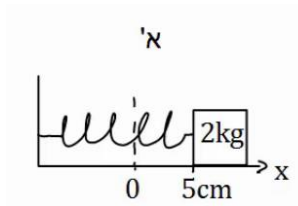
כוח של 20 ניוטון פועל בזווית של 30 מעלות מעל האופק. הכוח מופעל על ארגז בעל מסה של 8 ק"ג. הארגז נמצא במנוחה ונתון כי בין הארגז לרצפה קיים חיכוך. מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם:  $\mu_s = 0.2$ ,  $\mu_k = 0.1$ .

א. בדוק האם הארגז נשאר במנוחה או מתחיל נוע?  
ב. כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה?  
ג. חזור על הסעיפים אם הכוח היה בזווית של 70 מעלות.

**12) דוגמה-מרחק עצירה**

דני נוסע במכוניתו במהירות של 54 קמ"ש, ולפתע הוא מבחין כי רמזור הנמצא 50 מטרים לפניו הופך לאדום. דני לוחץ על הבלמים ומתחיל בעצירה. מקדם החיכוך הקינטי בין הגלגלים לרצפה הוא:  $\mu_k = 0.3$ .

הנח שהגלגלים ננעלים ואין למכונית מערכת ABS.  
א. האם דני יספיק לעצור לפני הרמזור?  
ב. בדוק שוב האם דני יספיק לעצור, אך הפעם הוסף זמן תגובה של שנייה אחת (הזמן מהרגע שבו דני מבחין באור עד אשר הוא לוחץ על הבלמים).

**(13) דוגמה 1-קפיץ**

גוף בעל מסה של 2 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע

קפיץ  $k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . בין הגוף למשטח אין חיכוך.

א. מושכים את הגוף למרחק 5 ס"מ מהנקודה בה

הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.

מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

ב. דוחפים את הגוף למרחק 10 ס"מ מהנקודה בה

הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.

מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

כעת נתון כי בין הגוף למשטח קיים חיכוך, ומקדם

החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.2$ .

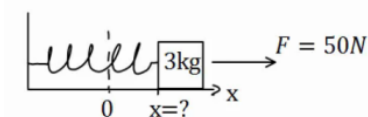
ג. מהו המרחק המקסימלי בו ניתן להניח את הגוף קשור

לקפיץ כך שיישאר במנוחה?

**(14) דוגמה 2-קפיץ**

גוף בעל מסה של 3 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע

קפיץ  $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . בין הגוף למשטח אין חיכוך.



על הגוף פועל כוח ימינה שגודלו 50 ניוטון.

קבע את ראשית הצירים בנקודת הרפיון של הקפיץ.

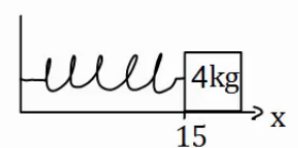
היכן נמצאת נקודת שיווי המשקל (הנקודה בה סכום

הכוחות שווה לאפס)?

**(15) דוגמה 3-קפיץ**

גוף בעל מסה של 4 ק"ג מחובר לקיר באמצעות קפיץ

בעל קבוע קפיץ  $k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . בין הגוף למשטח אין חיכוך.



אורכו הרפוי של הקפיץ הוא 10 ס"מ.

א. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר

הגוף במרחק 15 ס"מ מהקיר.

ב. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר

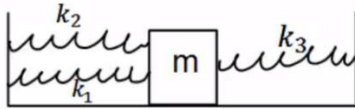
הגוף במרחק 6 ס"מ מהקיר.

ג. חשב את תאוצת הגוף בכל נקודה אם על הגוף

פועל כוח שגודלו 10 ניוטון שמאלה.

**(16) מסה עם שלושה קפיצים**

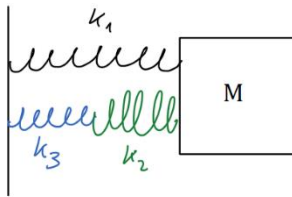
שלושה קפיצים מחוברים למסה  $m = 2\text{kg}$ , כפי שנראה באיור.  
אין חיכוך בין המסה לרצפה.



נתון כי:  $k_1 = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ,  $k_2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ,  $k_3 = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ .

הנח כי כל הקפיצים רפויים באותה הנקודה.

מהי תאוצת המסה כאשר היא נמצאת במרחק 20 ס"מ מנקודת שיווי המשקל?

**(17) שלושה קפיצים שוב**

באיור הבא, המסה  $m = 4\text{kg}$  מחוברת לשלושה קפיצים

בעלי קבועי קפיץ שונים. הנח שכל הקפיצים רפויים

כאשר המסה נמצאת ב-  $x = 0$ .

מהי תאוצת המסה, כאשר מיקומה הוא:  $x = 0.2\text{m}$ ,

אם קבועי הקפיצים הם:  $k_1 = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ,  $k_2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ,  $k_3 = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ?

**(18) כוח אופקי תלוי בזמן**

כוח אופקי שגודלו  $F = 2t$  פועל על גוף, כאשר הזמן  $t$  נתון בשניות והכוח  $F$  בניוטונים.  
מסת הגוף  $2\text{kg}$  והוא נמצא במנוחה על משטח אופקי.

מקדמי החיכוך בין הגוף למשטח:  $\mu_k = 0.15$ ,  $\mu_s = 0.2$ . מצאלי את:

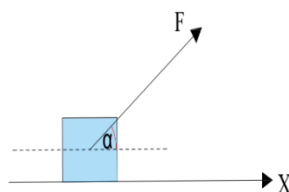
א. זמן תחילת התנועה.

ב. כוח החיכוך בזמן  $t = 0.5\text{sec}$ .

ג. תאוצת הגוף כפונקציה של זמן.

ד. מהירות הגוף לאחר 4 שניות.

ה. מיקום הגוף לאחר 4 שניות.

**(19) כוח בזווית תלוי בזמן**

הגוף שבציור מונח על הרצפה, בזמן  $t = 0$  מתחיל לפעול

על הגוף כוח שגודלו  $F = 2t$  הזמן בשניות והכוח בניוטונים.

הכוח פועל בזווית  $\alpha = 37^\circ$  יחסית לציר התנועה.

מסת הגוף היא  $2\text{kg}$ .

נתון כי מקדם החיכוך הסטטי והקינטי בין הגוף והרצפה הוא:  $\mu = 0.2$ .

לפשטות החישוב קחו:  $\sin \alpha = 0.6$ ,  $\cos \alpha = 0.8$ ,  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ .

א. מתי יתחיל הגוף לנוע?

ב. מהי מהירות הגוף לאחר 4 שניות?

ג. מה המרחק שהתקדם הגוף עד לניתוקו מהקרקע?

**(20) אדם על קרונית על מישור משופע\***

אדם בעל מסה  $m$  עומד על משקל המחובר בצורה אופקית לקרונית.

מסת הקרונית היא  $M$  ונתון כי היא מחליקה ללא חיכוך

על פני מישור משופע בזווית  $\alpha$ .

א. מה מורים המאזניים?

הניחו שהחיכוך בין רגלי האדם לקרונית מספיק

גדול, כך שאינו נע ביחס אליה.

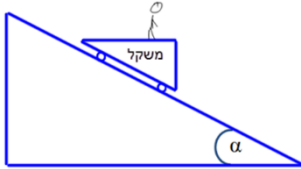
ב. מצא את מקדם החיכוך המינימלי בין רגלי האדם והקרונית על מנת

שהאדם לא יחליק ביחס לקרונית.

ג. כעת הנח כי אין חיכוך בכלל בין האדם לקרונית.

מה תהיה תאוצת הקרונית במצב זה? (כל עוד האדם נמצא על הקרונית).

ד. מה יורה המשקל במצב המתואר בסעיף ג'?

**(21) מספריים חותכות חוט\*\***

אדם מנסה לחתוך חוט מתכת בעזרת מספריים.

החוט חופשי לנוע והוא מחליק על המספריים עד שזווית

המפתח של המספריים היא  $\alpha$ , בזווית זו המספריים

מתחילות לחתוך את החוט.

א. צייר את הכוחות שפועלים על החוט.

ב. מצא את מקדם החיכוך בין המספריים לחוט.

ג. הראה שהזווית  $\alpha$  אינה תלויה בכוח הכובד כאשר המספריים במצב אופקי.

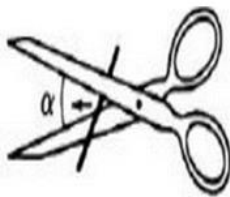
ד. כעת, מסובבים את המספריים בזווית  $\beta$  סביב ציר העובר בבורג המספריים.

כיוון הסיבוב הוא נגד השעון, כך שהחוט עולה כלפי מעלה.

הראה כעת שהשינוי בזווית  $\alpha$  הוא לפי:  $\mu = \mu_0 + V\mu$  כאשר  $\mu_0$  הוא

$$\text{המקדם שמצאת בסעיף ב' ו-} F \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = -\frac{mg \sin \beta}{V}$$

האם המספריים יחתכו יותר מוקדם או יותר מאוחר?

**(22) חבל מחליק משולחן משופע\*\***

חבל בעל מסה  $M$  ואורך  $L$  נמצא על מישור משופע בזווית  $\alpha$

שנמצא על שולחן כך שחלק משתלשל מהשולחן מטה.

בין החבל לשולחן יש מקדם חיכוך קינטי וסטטי  $\mu$ .

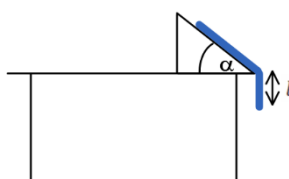
בזמן  $t = 0$  יש חבל באורך  $l$  המשתלשל מקצה השולחן,

ונמצא במנוחה.

מהו הגובה של קצה החבל  $y(t)$  מתחת לשולחן

כתלות בזמן? הניחו כי החבל בעל עובי אפס ויש חיכוך רק עם החלק

העליון של המישור.

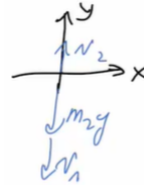
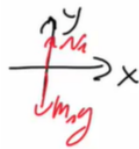


## תשובות סופיות:

(1)  $T_1 \approx 22.0\text{N}, T_2 \approx 26.9\text{N}$

(2)  $T_2 \approx 19.6\text{N}, T_1 \approx 26.4\text{N}$

(3) א. מסה 3 ק"ג: מסה 2 ק"ג:



ד. 50 N

ג. 20 N

ב. 20 N

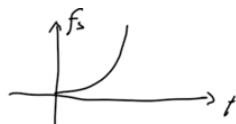
(4) א. 30 N למעלה ב. 60 N למעלה

(5) 40 N

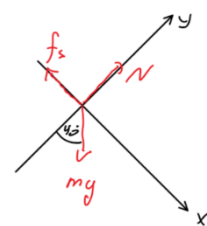
(6)  $T \approx 41.3\text{N}$

(7) א. 12 N ב. 10 N

(8) א. 20 N ב.  $\sqrt{10}\text{ sec}$  ג.



ב.  $f_s \approx 19.3\text{N}, N \approx 23.0\text{N}$



(9) א.

(10) א.  $M = 3.83\text{kg}$  ב.  $M_{\min} = 2.87\text{kg}, M_{\max} = 4.79\text{kg}$

(11) א. הגוף לא יכול להיות במנוחה. ב.  $t \approx 6.82\text{sec}$

ג. סעיף א': נשאר במנוחה, סעיף ב': אין משמעות.

(12) א. כן, כי  $\Delta x \approx 37.5\text{m} < 50\text{m}$  ב. לא, כי  $\Delta x = 52.5\text{m} > 50\text{m}$

(13) א. גודל:  $-1.25 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ , הכיוון חיובי. ב. גודל:  $a = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ , הכיוון חיובי.

ג.  $x = 8\text{cm}$

(14)  $x = \frac{1}{2}\text{m}$

(15) א.  $F = -2.5\text{N}$  ב.  $F = 2\text{N}$  ג. סעיף א':  $a = -3.13 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

סעיף ב':  $a = -2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

(16)  $a = -2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

$$a \approx 0.326 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad (17)$$

$$a = \begin{cases} 0 & 0 < t < 2 \\ t - \frac{3}{2} & 2 < t \end{cases} \quad \text{ג.} \quad f_s = 1\text{N} \quad \text{ב.} \quad t = 2\text{sec} \quad \text{א.} \quad (18)$$

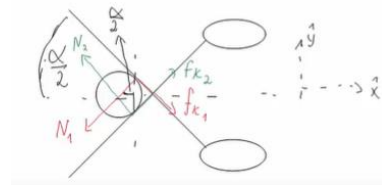
$$x(t=4) = 2.3\text{m} \quad \text{ה.} \quad v(t=4) = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ד.}$$

$$x = 467\text{m} \quad \text{ג.} \quad v(t=4) = 1.53 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad t \approx 2.17\text{sec} \quad \text{א.} \quad (19)$$

$$a_x = \frac{(M+m)g \sin \alpha}{M+m \sin^2 \alpha} \quad \text{ג.} \quad \mu_{s \min} = \tan \alpha \quad \text{ב.} \quad N_2 = mg \cos^2 \alpha \quad \text{א.} \quad (20)$$

$$N_2 = m \left( g - \left( \frac{(M+m)g \sin \alpha}{M+m \sin^2 \alpha} \right) \sin \alpha \right) \quad \text{ד.}$$

$$\mu_k = \tan \frac{\alpha}{2} \quad \text{ב.} \quad \text{ג. הוכחה.}$$



(21)

ד. הוכחה. החוט יחתך יותר מאוחר.

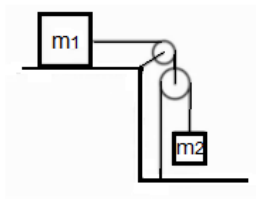
$$y(t) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\beta}{k} \right) \left( e^{\sqrt{\frac{k}{M}} t} + e^{-\sqrt{\frac{k}{M}} t} \right) - \frac{\beta}{k} \quad (22)$$

## גלגלות נעות ומכפלי כוח:

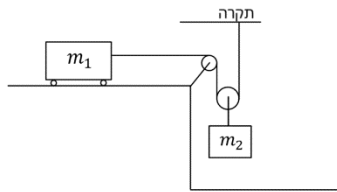
### רקע:

נבטא את אורך החוט באמצעות מיקום הגופים וקבועים ונגזור.

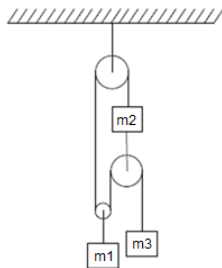
### שאלות:



- (1) **גלגלות וגזירה בזמן של אורך החוט**  
 במערכת הבאה מסות הגופים ידועות.  
 אין חיכוך בין המסות למשטח.  
 מצא את תאוצות הגופים ואת המתיחויות בחוטים.



- (2) **אחת תלויה מהתקרה ואחת על שולחן**  
 במערכת הבאה המסה  $m_1$  נמצאת על שולחן חסר חיכוך  
 ומחוברת באמצעות חוט אידיאלי כפי שמתואר באיור.  
 הגלגלות אידיאליות ו- $m_2$  נתונה.  
 מצא את התאוצה של כל מסה כל עוד הן לא נופלות  
 מהשולחן או פוגעות ברצפה.



- (3) **מערכת גלגלות מסובכת**  
 מצאו את תאוצת הגופים במערכת הבאה.  
 מה התנאי לכך שהמסה  $m_3$  תנוע כלפי מעלה  
 אם נתון שהמערכת מתחילה ממנוחה?

### תשובות סופיות:

$$a_1 = \frac{2m_2g}{4m_2 + m_1} \quad (1)$$

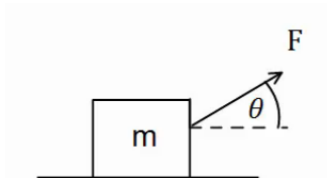
$$a_1 = \frac{m_2g}{2m_1 + \frac{m_2}{2}}, \quad a_2 = \frac{m_2g}{4m_1 + m_2} \quad (2)$$

$$a_3 < 0, \quad a_3 = \left( (m_2 + m_3)(4m_2 + m_1) + 4m_2^2 \right) \quad (3)$$

## תרגילים נוספים:

## שאלות:

## (1) זווית אופטימלית למשיכה



כוח  $F$  מושך ארגז בעל מסה  $m$  בזווית  $\theta$  מעל האופק. מקדם החיכוך בין הארגז לקרקע הוא  $\mu_k$ .

א. מצא את תאוצת הכוח כתלות בפרמטרים הרשומים בשאלה.

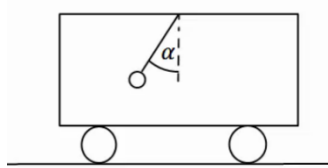
ב. הנח כי מקדם החיכוך הקינטי הוא 0.3.

בדוק באילו מהערכים הבאים של הזווית יש את

התאוצה הגבוהה ביותר:  $\theta = -10^\circ, 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ .

ג. מצא את הזווית המדויקת בה התאוצה תהיה מקסימלית. השתמש בנגזרת.

## (2) מטוטלת במכונית



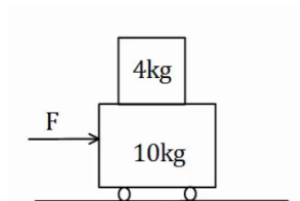
מטוטלת קשורה לתקרת מכונית.

המטוטלת נמצאת בזווית קבועה ונתונה  $\alpha$ , ביחס לאנך מתקרת המכונית.

א. מצא מהי תאוצת המכונית (גודל וכיוון)?

ב. האם ניתן לדעת מה כיוון תנועת המכונית?

## (3) מסה של 4 על עגלה של 10



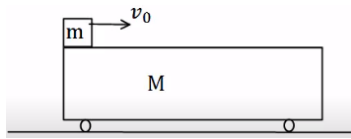
מסה של 4 ק"ג מונחת מעל עגלה בעלת מסה של 10 ק"ג. החיכוך בין העגלה למשטח זניח.

מקדם החיכוך הסטטי בין המסה לעגלה הוא  $\mu_s = 0.2$ .

כוח אופקי  $F$  מופעל על המסה התחתונה ימינה.

מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל כך שהמסה

העליונה לא תחליק על העגלה.

**(4) מסה מחליקה על עגלה**

מסה  $m$  מונחת על עגלה בעלת מסה  $M$ , הנמצאת במנוחה.

המסה מונחת בקצה השמאלי של העגלה.

נותנים למסה העליונה (בלבד) מהירות התחלתית  $v_0$ .

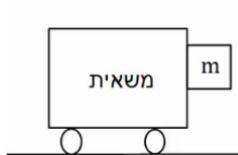
בין המסה לגג העגלה קיים חיכוך, והחיכוך בין העגלה למשטח זניח.

נתון:  $\mu_k = 0.2$ ,  $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $M = 12\text{kg}$ ,  $m = 3\text{kg}$ .

א. מצא את הביטוי למיקום ולמהירות המסה, כתלות בזמן.

ב. מצא את הביטוי למיקום ולמהירות העגלה, כתלות בזמן.

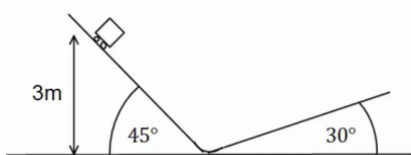
ג. מהי המהירות הסופית של שני הגופים, בהנחה שהמסה לא נופלת מהעגלה.

**(5) מסה צמודה למשאית**

מסה  $m$  מונחת בצמוד לחלקה הקדמי של משאית.

בין המסה למשטח קיים חיכוך. נתון:  $\mu_s$ ,  $m$ .

מהי התאוצה המינימלית הדרושה למשאית על מנת שהמסה לא תיפול?

**(6) קופסה בין מדרונות**

קופסה קטנה עם גלגלים מונחת על מישור

משופע בעל זווית של  $45^\circ$  מעלות.

הקופסה משוחררת ממנוחה מגובה של 3 מטרים ומתחילה בתנועה.

בתחתית המדרון הקופסה עוברת למדרון משופע

אחר בעל זווית של  $30^\circ$  מעלות.

הזנח אפקטים המתרחשים בעת המעבר והנח כי גודל

מהירות הקופסה במעבר בין המדרונות נשאר זהה.

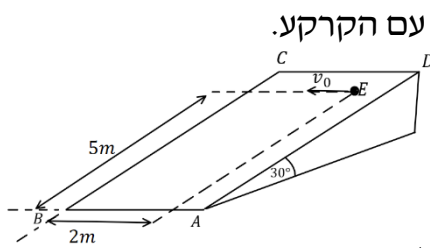
א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע הקופסה במדרון השני?

נחש מה יקרה לאחר מכן.

ב. חזור על סעיף א' אם נהג הקופסה שכח לשחרר את מעצור היד

של הגלגלים וקיים חיכוך קינטי בין הקופסה למשטח.

מקדם החיכוך הוא:  $\mu_k = 0.2$ .

**(7) זריקה אופקית על מישור משופע**

מישור משופע חלק ABCD יוצר זווית של  $30^\circ$  מעלות עם הקרקע.

הנקודה E נמצאת במרחק 5m מהצלע AB

ובמרחק 2m מהצלע BC.

מן הנקודה E נזרק כדור קטן על הלוח,

במהירות התחלתית  $v_0$  שכיוונה מקביל לצלע AB.

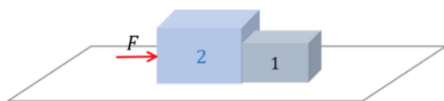
א. צייר מערכת צירים, ורשום את הכוחות הפועלים

על הכדור בעת תנועתו על הלוח בכל ציר.

ב. מהי צורת המסלול של הכדור על הלוח?

ג. מצא את  $v_0$ , עבורה הכדור יגיע בדיוק לנקודה B.

ד. מהי מהירות הכדור בנקודה B עבור ה- $v_0$  שמצאת בסעיף ג'?

**(8) כוח דוחף שתי קופסאות צמודות**

שתי תיבות נמצאות צמודות זו לזו על משטח

אופקי חסר חיכוך.

מסות התיבות הן:  $m_1 = 3\text{ kg}$  ו-  $m_2 = 5\text{ kg}$ .

כוח אופקי דוחף את תיבה 2 שדוחפת את תיבה 1, כפי שמתואר בתרשים.

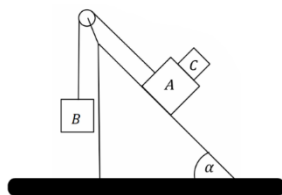
גודל הכוח הוא  $F = 16\text{ N}$ .

חשב את:

א. התאוצה של כל תיבה.

ב. הכוח הנורמלי  $N_{1 \rightarrow 2}$ , שבו התיבה הראשונה דוחפת את השנייה.

ג. הכוח הנורמלי  $N_{2 \rightarrow 1}$ , שבו התיבה השנייה דוחפת את הראשונה.

**(9) גוף על גוף במישור משופע**

גוף A בעל מסה  $m_A$ , גוף B בעל מסה  $m_B$  מחוברים

באמצעות חוט וגלגלת, כמתואר באיור.

גוף A מונח על מישור משופע חלק בעל זווית  $\alpha$ .

גוף C בעל מסה  $m_C$  מונח על גוף A.

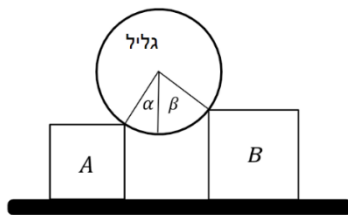
מקדם החיכוך הסטטי בין הגופים A ל-C הוא  $\mu_s$ .

א. מהי המסה המרבית של גוף B, כך שהגופים A ו-C ינועו יחדיו במעלה המישור?

ב. מהי תאוצת הגופים והמתיחות בחוט, אם המסה של גוף B היא זאת

שמצאת בסעיף א' (או טיפה קטנה ממנה)?

ג. מהן תאוצות הגופים אם המסה של גוף B גדולה מזו שמצאת בסעיף א' ומקדם החיכוך הקינטי הוא  $\mu_k$ ?

**10) גליל על שני ארגזים**

גליל אחיד, שמסתו  $m$  מונח על שני ארגזים

שמסותיהם:  $m_A = m$ ,  $m_B = 2m$ .

לארגזים גבהים שונים והם מונחים על משטח אופקי. בין הגליל לארגזים אין חיכוך.

כשהמערכת נמצאת בשיווי משקל יוצרים הרדיוסים

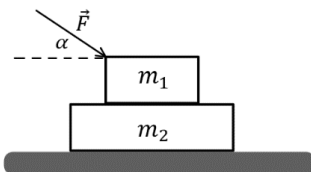
של הגליל, הנוגעים בפינות הארגזים זוויות של:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$

עם האנך לקרקע, ראה איור. נתונים:  $m$ ,  $g$ .

א. מה הכוח שמפעיל כל ארגז על הגליל?

ב. בהנחה שקיים אותו מקדם חיכוך בין הארגזים והמשטח,

מהו גודלו המינימלי של מקדם החיכוך, כך שהמערכת תישאר בשיווי משקל?

**11) כוח דוחף גוף על גוף**

שני גופים זהים שמסותיהם:  $m_1 = m_2 = m$  מונחים

זה על גבי זה, על גבי שולחן אופקי חלק (ראה איור).

בין הגופים קיים חיכוך, ומקדמי החיכוך הקינטי

והסטטי הם:  $\mu_s$ ,  $\mu_k$ .

כוח חיצוני  $\vec{F}$  מופעל על הגוף העליון בזווית  $\alpha$  מתחת לאופק.

הביעו את תשובתכם באמצעות הפרמטרים:  $F$ ,  $\alpha$ ,  $m$ ,  $g$ ,  $\mu_s$ ,  $\mu_k$ .

א. בהנחה שהגופים נעים יחדיו, מהי התאוצה המשותפת?

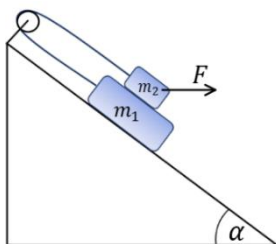
ב. בהנחה שהגופים נעים יחדיו, מהו גודלו של כוח החיכוך בין הגופים?

ג. מהו גודלו המקסימלי של  $\vec{F}$ , כך שהגופים ינועו יחדיו?

ד. נתון כי:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\mu_k = 0.15$ ,  $\mu_s = 0.2$ .

מצא את תאוצת כל גוף, כאשר הכוח הדוחף הוא:  $F = \frac{1}{2}mg$ .

ה. חזור על סעיף ד' כאשר  $F = 3mg$ .

**12) מסה על מסה מחוברות בגלגלת**

נתונה מערכת הכוללת שני גופים:  $m_1 = 4\text{kg}$ ,  $m_2 = 3\text{kg}$ .

הגופים קשורים על ידי חוט וגלגלת אידיאלית,

ומונחים על מישור משופע בעל זווית  $\alpha = 30^\circ$ .

מקדמי החיכוך בין הגופים הם:  $\mu_k = \mu_s = 0.4$ ,

ומקדמי החיכוך עם המישור הם:  $\mu_k = \mu_s = 0.3$ .

כוח אופקי  $F$  פועל על  $m_2$ .

א. מהו ה- $F$  המקסימלי, כך שהגופים יישארו במנוחה?

ב. אם  $F = 40\text{N}$ , מהי תאוצת הגופים?

**(13) זמן לעלות ולרדת מדרון עם חיכוך**

גוף נזרק במעלה מדרון משופע במהירות התחלתית  $v_0$ .

זווית השיפוע של המדרון היא  $\theta$  ומקדם החיכוך בין המדרון לגוף הוא  $\mu_k$ .

א. מצאו כמה זמן ייקח לגוף לחזור לנקודת ההתחלה

(בהנחה שהוא לא נשאר במנוחה בשיא הגובה)?

ב. מה היחס בין המהירות הסופית והמהירות ההתחלתית של הגוף?

**(14) גוף על גוף וכוח מושך**

במערכת שבאיור המסות נתונות.

נתונים גם מקדמי החיכוך בין  $m_1$  למשטח  $\mu_{k_1}, \mu_{s_1}$

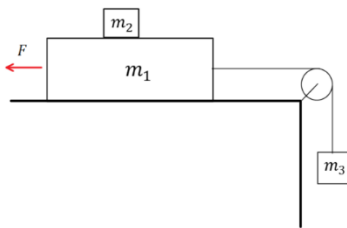
ומקדמי החיכוך בין  $m_1$  ל- $m_2$   $\mu_{k_2}, \mu_{s_2}$ .

הכוח  $F$  באיור מתייחס רק לסעיף ב.

א. מהן תאוצות הגופים והמתיחות בחוט

בהנחה ש- $m_2$  נעה בתאוצה יחסית ל- $m_1$ ?

ב. מהו הכוח המינימאלי  $F$  שיש להפעיל בכדי שהמסות ינועו יחדיו?

**(15) תיבה על מכונית משולשת**

מכונית עם זווית בסיס  $\alpha$  נוסעת בתאוצה קבועה.

מניחים תיבה בעלת מסה  $m$  על דופן המכונית.

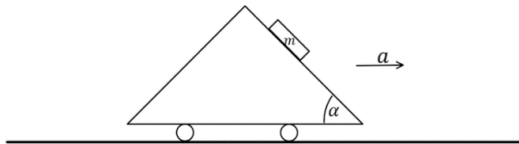
א. מצאו את גודלו של כוח החיכוך

בין המכונית לתיבה אם ידוע

שתאוצת המכונית היא  $a$  ימינה

והתיבה לא מחליקה על הדופן.

ב. מהו  $\mu_s$  המינימלי המאפשר מצב זה?

**(16) כדור בתא מטען משופע**

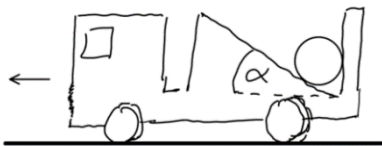
למשאית באיור תא מטען משופע בזווית  $\alpha$

ובסופו דופן אנכית.

בתוך תא המטען יש כדור בעל מסה  $M$ .

המשאית נוסעת בתאוצה קבועה  $a$  שמאלה.

מצאו את הכוחות הנורמלים שפועלים על הכדור בהנחה שאין חיכוך.



## תשובות סופיות:

$$(1) \quad a = \frac{F}{m} (\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - \theta_k g \quad \text{א.} \quad \theta = 20^\circ \quad \text{ב.} \quad \theta_0 \approx 16.6992^\circ \quad \text{ג.}$$

$$(2) \quad \text{א. גודל: } a_x = g \tan \alpha, \text{ כיוון: חיובי} \quad \text{ב. לא}$$

$$(3) \quad F = \mu_s (m_1 + m_2) g = 28 \text{ N}$$

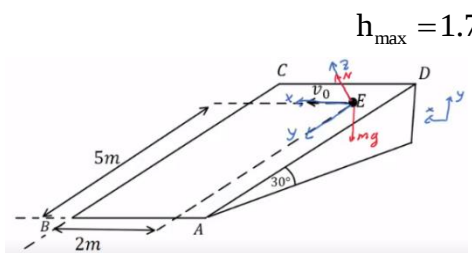
$$(4) \quad \text{א. מיקום-זמן: } x_1(t) = 0 - 20t - \frac{2}{2}t^2, \text{ מהירות-זמן: } v_1(t) = 20 - 2t$$

$$\text{ב. מיקום-זמן: } x_2(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}t^2, \text{ מהירות-זמן: } v_2(t) = 0 + \frac{1}{2}t$$

$$\text{ג. } v_2(t=8) = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$(5) \quad a_{\min} = \frac{g}{\mu_s}$$

$$(6) \quad h_{\max} = 3 \text{ m} \quad \text{א.} \quad h_{\max} = 1.78 \text{ m} \quad \text{ב.}$$

$$(7) \quad \sum F_z = 0, \sum F_y = mg \sin 30^\circ, \sum F_x = 0 \quad \text{א.}$$


$$\text{ב. פרבולה כמו בזריקה אופקית.} \quad v_0 = \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$\text{ד. } v_{x(t_B)} = \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad v_{y(t_B)} = 7.07 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$(8) \quad a_1 = a_2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{א.} \quad N_{1 \rightarrow 2} = 6 \text{ N} \quad \text{ב.} \quad N_{2 \rightarrow 1} = 6 \text{ N} \quad \text{ג.}$$

$$(9) \quad m_{B_{\max}} = \frac{(m_A + m_C) \mu_s \cos \alpha}{1 + \sin \alpha - \mu_s \cos \alpha} \quad \text{א.}$$

$$\text{ב. } a = g[\mu_s \cos \alpha - \sin \alpha], \quad T = g(m_A + m_C) \mu_s \cos \alpha$$

$$\text{ג. } a_c = (\mu_k \cos \alpha - \sin \alpha) g, \quad a_A = a_B = \frac{g(m_B - \mu_k m_C \cos \alpha - m_A \sin \alpha)}{m_A + m_B}$$

$$(10) \quad N_A = 0.732 \text{ mg}, \quad N_B = 0.518 \text{ mg} \quad \text{א.} \quad \mu_{s_{\min}} = 0.464 \quad \text{ב.}$$

$$(11) \quad a = \frac{F \cos \alpha}{2m} \quad \text{א.} \quad f_s = \frac{F \cos \alpha}{2} \quad \text{ב.}$$

$$\text{ג. } F_{\max} = \frac{2\mu_s mg}{\cos \alpha - 2\mu_s \sin \alpha} \quad \text{א.} \quad a = 2.17 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ד.}$$

$$\text{ה. } a_1 = 22.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \quad a_2 = 3.75 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$F_{\max} = 31.05 \text{ N} \quad \text{א.} \quad (12) \quad \text{ב.} \quad a = 1.81 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$t = \frac{v_0}{g(\sin \theta + \mu_1 \cos \theta)} + \frac{v_0}{g \sqrt{(\sin^2 \theta - \mu_k^2 \cos^2 \theta)}} \quad \text{א.} \quad (13)$$

$$\frac{v_f}{v_0} = \sqrt{\frac{\sin \theta - \mu_k \cos \theta}{\sin \theta + \mu_k \cos \theta}} \quad \text{ב.}$$

$$a_1 = a_3 = \frac{m_3 g - \mu_{k_2} m_2 g - \mu_{k_1} (m_1 + m_2) g}{m_1 + m_3}, \quad a_2 = \mu_{k_2} g \quad \text{א.} \quad (14)$$

$$F_{\min} = m_3 g - \mu_{s_2} g (m_3 + m_2) - \mu_{s_1} (m_1 + m_2) g \quad \text{ב.}$$

$$f_s = mg \sin \alpha - ma \cos \alpha \quad \text{א.} \quad (15) \quad \text{ב.} \quad \mu_{s_{\min}} = \frac{g \sin \alpha - a \cos \alpha}{g \cos \alpha + a \sin \alpha}$$

$$N_1 = \frac{Mg}{\cos \alpha}, \quad N_2 = M(a + g \tan \alpha) \quad (16)$$

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

פרק 8 - כוח ציפה -

תוכן העניינים

1. כוח ציפה ..... 124

## כוח ציפה

### רקע

כוח ציפה – כוח הפועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

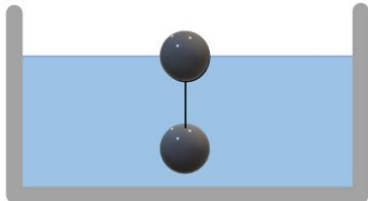
$$F_b = \rho_l V g$$

כאשר  $\rho_l$  היא צפיפות הנוזל ו-  $V$  הוא נפח הגוף.

### שאלות

#### (1) שני כדורים קשורים בחוט בתוך המים

שני כדורים בעלי נפח זהה  $V = 20 \text{ c.m}^3$  קשורים בחוט זה לזה. מניחים את הכדורים במים ולאחר זמן רב רואים שהמערכת התייצבה כך שכדור 1 נמצא כולו בתוך המים ורק חצי מנפחו של כדור 2 שקע לתוך המים, ראה איור.



המסה של כדור 1 גדולה פי 4 מזו של כדור 2.

א. מהי המסה של כל כדור?

ב. מהי צפיפות המסה של כל כדור?

### תשובות סופיות

$$(1) \quad \text{א. } m_1 = 24 \text{ gr}, m_2 = 6 \text{ gr} \quad \text{ב. } \rho_1 = 1.2 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}^3}, \rho_2 = 0.3 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}^3}$$

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

פרק 9 - תנועה מעגלית -

תוכן העניינים

|     |                                  |
|-----|----------------------------------|
| 125 | 1. נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית |
| 131 | 2. הכוח הצנטרפוגלי               |
| 133 | 3. וקטורים בתנועה מעגלית         |
| 136 | 4. תרגילים מסכמים                |
| 140 | 5. תרגילים מסכמים למתקדמים       |

## נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית

### רקע

- תנועה מעגלית היא תנועה על מעגל עם רדיוס קבוע.

|                                 |                                                                 |                                                                                         |
|---------------------------------|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| הדרך בתנועה מעגלית              | $S = \Delta\theta \cdot R$                                      | יש להציב את הזווית ברדיאנים                                                             |
| גודל המהירות הקווית (speed)     | $v(t) = \frac{dS}{dt}$                                          | כיוון המהירות תמיד משיק למעגל                                                           |
| מהירות זוויתית                  | $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$         | $f$ - התדירות<br>$T$ - זמן המחזור<br>התדירות וזמן המחזור מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה |
| קשר בין המהירות הקווית לזוויתית | $v = \omega R$                                                  | קשר רק בין הגדלים                                                                       |
| תאוצה רדיאלית לכיוון מרכז המעגל | $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$                              |                                                                                         |
| הכוח                            | $\Sigma F_{\text{למרכז המעגל}} = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$ |                                                                                         |
| תאוצה זוויתית                   | $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$                                   |                                                                                         |
| תאוצה משיקית                    | $a_\theta = \frac{d \vec{v} }{dt} = \alpha R$                   |                                                                                         |
| הגובה במעגל אנכי                | $h = R(1 - \cos \theta)$                                        | כאשר $h$ ו- $\theta$ נמדדים מתחתית המעגל                                                |

## שאלות

## (1) דוגמה-נהג מרוצים

נהג מרוצים נוסע במסלול מעגלי שרדיוסו 50 מטר.  
מהירותו של הנהג כתלות בזמן היא:  $v(t) = 4t$ .

- א. מצא את המהירות הזוויתית של הנהג כתלות בזמן ומצא את הזווית של הנהג לאחר 5 שניות? (בהנחה כי התחיל מזווית אפס).  
ב. מתי ישלים הנהג את הסיבוב הראשון?



## (2) דוגמה-חישוב מהירות זוויתית של מחוגי שעון

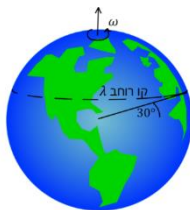
חשב את המהירות הזוויתית של מחוג השניות, מחוג הדקות ומחוג השעות בשעון מחוגים.

## (3) חישוב מהירות זוויתית של כדור הארץ

א. חשב את המהירות הזוויתית של סיבוב כדור הארץ סביב עצמו.

ב. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו המשווה אם רדיוס כדור הארץ הוא בערך 6400 ק"מ?

ג. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו רוחב  $\lambda = 30^\circ$ ?



## (4) דוגמה-יובל מסובבת אבן

יובל קושרת אבן שמסתה 200 גרם לחוט באורך 0.7 מטר.

יובל מסובבת את האבן באמצעות החוט במעגל אופקי מעל ראשה

(כמו שמסובבים קלע). המהירות הזוויתית של האבן היא:  $12 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ .

מהי התאוצה הרדיאלית של האבן ומהי המתיחות בחוט? הנח שכוח הכובד זניח.

## (5) מסה קשורה לעמוד מסתובב

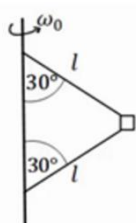
במערכת הבאה מסה  $m$  קשורה דרך שני חוטים למוט המסתובב

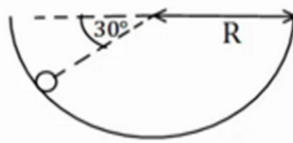
במהירות זוויתית  $\omega_0$ . אורך החוטים זהה ושווה ל- $l$ .

הזווית של החוטים עם המוט היא  $30^\circ$  מעלות.

מהי המתיחות בכל חוט? בשאלה זו כוח הכובד אינו זניח.

נתונים:  $m, l, \omega_0$ .



**(6) כדור בקערה כדורית**

כדור קטן מונח בתוך קערה כדורית בעלת רדיוס  $R$ . מניחים את הכדור בזווית של  $30^\circ$  מעלות ביחס לאופק ונותנים לו מהירות התחלתית לתוך הדף. מהו גודל המהירות ההתחלתית הדרוש כך שהכדור יישאר בתנועה מעגלית בגובה קבוע?

**(7) דוגמה-תאוצה זוויתית נהג המרוצים**

מצא את התאוצה הזוויתית בדוגמה-נהג מרוצים (שאלה 1).

**(8) זווית משתנה בזמן**

המיקום הזוויתי של נקודה על גבי שפת גלגל מסתובב נתונה ע"י:  $\phi = 5t + 3t^2 - 2t^3$ .

- א. מהי המהירות הזוויתית ב-  $t = 2\text{sec}$  ו-  $t = 4\text{sec}$ ?
- ב. מהי התאוצה הזוויתית הממוצעת בין זמנים אלו?
- ג. מהי התאוצה הזוויתית הרגעית בזמנים אלו?

**(9) תאוצה משיקית קבועה**

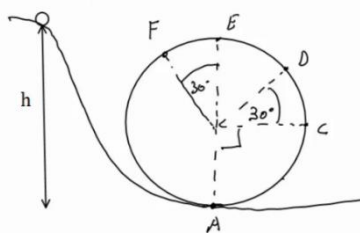
גוף נע במעגל בעל רדיוס  $R$  בתאוצה משיקית קבועה  $a_t$  וללא מהירות התחלתית. מצאו את גודל התאוצה הרדיאלית:  
 א. כפונקציה של הזמן.  
 ב. כפונקציה של זווית הסיבוב.

**(10) תאוצה משיקית רדיאלית וכוללת**

גוף נע במעגל שרדיוסו 3 מטר. הדרך שעובר הגוף נתונה ע"י:  $s = 6t^2 + 3t$ . חשב את התאוצה המשיקית, הרדיאלית והכוללת (כתלות בזמן).

**(11) דוגמה-כוח על נהג המרוצים**

בדוגמה של נהג המרוצים (שאלה 1), מצא מה הכוח הפועל על המכונית אם מסת המכונית (כולל הנהג) היא טון אחד. מי מפעיל כוח זה?

**12) דוגמה-כדור בלופ**

כדור קטן מאוד מתחיל להתגלגל ממנוחה מגובה  $h = 6m$  ונכנס לתוך מעגל אנכי.

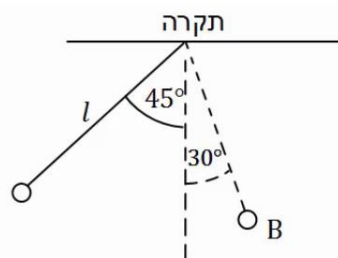
נתון שהכדור משלים סיבוב ואין חיכוך בינו לבין הרצפה. רדיוס המעגל הוא:  $R = 2m$ .

א. מצא את מהירות הכדור בכל הנקודות באיור. (רמז: שימור אנרגיה).

ב. מצא את התאוצה הרדיאלית של הכדור באותן נקודות.

ג. מצא את התאוצה בכיוון המשיק באותן נקודות.

ד. מצא את גודל התאוצה הכוללת באותן נקודות.

**13) כוחות במטוטלת**

מטוטלת משוחררת ממנוחה מזווית של  $45^\circ$  מעלות. אורך החוט הוא  $l$  והמסה היא  $m$ .

א. מהי מהירות המסה בתחתית המסלול?

ב. מהי המתיחות בחוט ברגע זה?

ג. מהי מהירות המסה בנקודה B הנמצאת

בזווית  $30^\circ$  מעלות? ומהי המתיחות בחוט באותה נקודה?

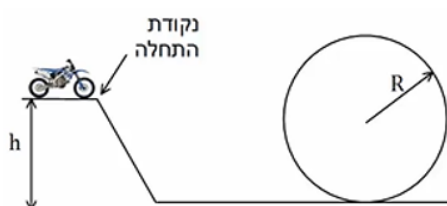
ד. מהי המתיחות בחוט בשיא הגובה וברגע השחרור?

**14) רוכב אופנוע במעגל אנכי**

רוכב אופנוע מתחיל תנועתו מנקודת ההתחלה שבציור. מהי המהירות ההתחלתית המינימלית הנדרשת עבור הרוכב כך שיוכל להשלים את הסיבוב האנכי.

הנח שהרוכב אינו משתמש במנוע לאחר נקודת ההתחלה.

נתון:  $R, h$ .

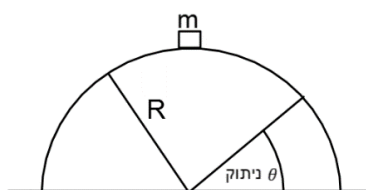
**15) קופסה מחליקה על גבעה מעגלית**

קופסה במסה  $m$  מונחת על ראש גבעה בצורת חצי מעגל ברדיוס  $R$ .

הקופסה מתחילה להחליק לאחד הצדדים

ממנוחה כאשר אין חיכוך בינה לבין הגבעה.

מצא באיזה זווית הקופסה תתנתק מהגבעה.



## תשובות סופיות

$$(1) \quad \omega = \frac{2t}{25}, \theta \approx 57.3^\circ \quad \text{א.} \quad \text{ב. } 12.5 \text{ sec}$$

$$(2) \quad \text{מחוג שניות: } 0.105 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{מחוג דקות: } 1.75 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$\text{מחוג שעות: } 1.45 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$(3) \quad \text{א. } 7.27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{ב. } 465 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג. } 400 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$(4) \quad T = 20.16 \text{ N}, a_r = 100.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$(5) \quad T_1 = \frac{mg}{\sqrt{3}} + \frac{m\omega_0^2 l}{2}, T_2 = \frac{-mg}{\sqrt{3}} + \frac{m\omega_0^2 l}{2}$$

$$(6) \quad v = \sqrt{\frac{3gR}{2}}$$

$$(7) \quad \alpha = \frac{2}{25} \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$$

$$(8) \quad \omega(t=2) = -7 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \omega(t=4) = -67 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad \bar{\alpha} = -30 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב.}$$

$$\alpha(t=2) = 18 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}, \alpha(t=4) = -42 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג.}$$

$$(9) \quad a_r = \frac{(a_t \cdot t)^2}{R} \quad \text{א.} \quad a_r = 2a_t \theta \quad \text{ב.}$$

$$(10) \quad a_\theta = 12 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_r = (4t+1)^2 \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a = \sqrt{12^2 + 9(4t+1)^4}$$

$$(11) \quad |F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2}, \text{ הכביש מפעיל כוח זה.}$$

$$(12) \quad |F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2} \quad \text{החיכוך מהכביש:}$$

$$(13) \quad \text{א.} \quad v_A \approx 10.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_C \approx 8.94 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_D \approx 7.975 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_E \approx 6.32 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_F \approx 6.73 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$\text{ב.} \quad a_r = \frac{v^2}{R} \quad \text{לפי הנוסחה וכו',} \quad a_{r_A} = 60 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_{r_B} = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$\text{ג.} \quad a_{\theta_A} = 0, a_{\theta_C} = -g, a_{\theta_D} = -10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_{\theta_E} = 0, a_{\theta_F} = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$\text{ד.} \quad |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2}$$

(14) א.  $v = \sqrt{0.58gl}$     ב.  $T = 1.58mg$   
 ג. מהירות:  $v_B = \sqrt{0.32gl}$ , מתיחות:  $T = mg(1.19)$   
 ד. בשניהם:  $T = mg \frac{1}{\sqrt{2}}$   
 (15)  $\theta = 41.8^\circ$

## הכוח הצנטריפוגלי

### רקע

$$F_r = m\omega^2 R$$

בכיוון החוצה מהמעגל

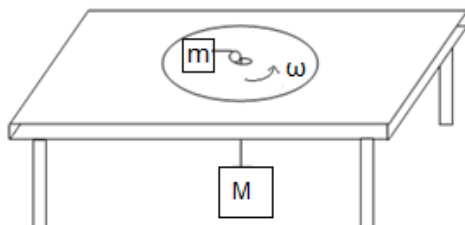
שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

### שאלות

#### 1) מסה על שולחן מסתובב

מסה  $m$  מונחת על דיסק המסתובב על שולחן במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ . המסה מחוברת לחוט העובר דרך מרכז השולחן ומחובר למסה  $m$ . בין המסה  $m$  לדיסק יש חיכוך ומקדם החיכוך הסטטי הוא  $\mu_s$ . נתון:  $\omega, \mu, m, \mu_s$ .

מהו הרדיוס המינימלי והרדיוס המקסימאלי שבו ניתן להניח את המסה כך שלא תזוז בכיוון הרדיאלי?



**תשובות סופיות**

$$r_{\max}^{\min} = \frac{Mg \pm \mu_s mg}{m\omega^2} \quad (1)$$

## וקטורים בתנועה מעגלית

### רקע

וקטור המיקום:  $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$

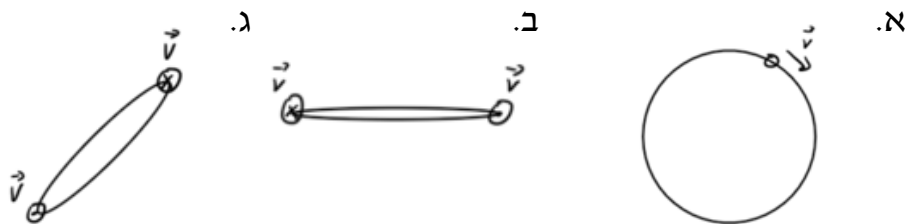
הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית:  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית:  $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

### שאלות

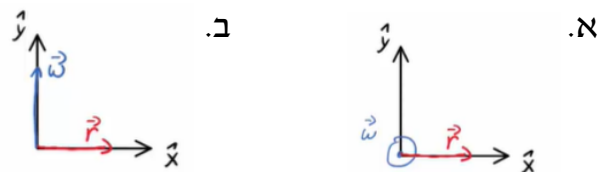
#### (1) מציאת הכיוון של אומגה

במקרים הבאים נתון כיוונה של המהירות הקווית של גוף הנע במעגל. מצא את הכיוון של המהירות הזוויתית בכל מקרה:



#### (2) תרגיל לנוסחה $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

מצא את כיוון המהירות הקווית של הגוף במקרים הבאים בהנחה כי הגוף נע בתנועה מעגלית.



#### (3) תאוצה זוויתית קבועה כוקטור

גוף נע במעגל בעל רדיוס קבוע שאינו ידוע.

התאוצה הזוויתית של הגוף קבועה ונתונה לפי:  $\vec{\alpha} = 2\hat{x} + 3\hat{y} + 1\hat{z}$  ביחידות של רדיאן לשנייה בריבוע.

המיקום ההתחלתי והמהירות הזוויתית ההתחלתית הם:  $\vec{r}_0 = 5\hat{x} + 3\hat{y} - 2\hat{z}$

במטרים ו-  $\vec{\omega}_0 = -2\hat{x} + 3\hat{y} - 4\hat{z}$  ברדיאן לשנייה.

מצא את גודל המהירות הקווית של הגוף ב-  $t = 2 \text{ sec}$ .

**(4) דוגמה-וקטור המיקום של נהג המרוצים**

מצא את וקטור המיקום כתלות בזמן בדוגמה עם נהג המרוצים :  
 נהג מרוצים נוסע במסלול מעגלי שרדיוסו 50 מטר. מהירותו של הנהג כתלות בזמן היא  $v(t) = 4t$ .

א. מצא את המהירות הזוויתית של הנהג כתלות בזמן, ומצא את הזווית של הנהג לאחר 5 שניות (בהנחה כי התחיל מזווית אפס).  
 ב. מתי ישלים הנהג את הסיבוב הראשון?

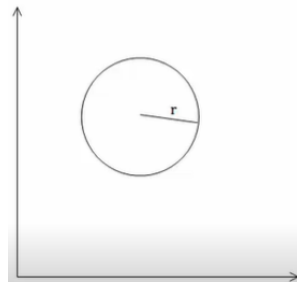
**(5) תנועה מעגלית שאינה סביב הראשית**

גוף נע על מעגל ברדיוס 3m.

הגוף חולף דרך הנקודה (5,4) ביחס לראשית הצירים O.

נתון כי מרכז המעגל נמצא ב- (5,7) והמהירות הזוויתית היא :  $\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{20 \text{ sec}}$

- מצא את וקטור המיקום של הגוף כפונקציה של הזמן.
- מצא את וקטור המהירות של הגוף כפונקציה של הזמן.
- מצא את וקטור התאוצה של הגוף כפונקציה של הזמן.
- מצא את המהירות הממוצעת בין  $t = 5\text{sec}$  ל-  $t = 10\text{sec}$ .
- מצא את תחום הזווית ביחס לראשית בו נע וקטור המקום.
- מצא את תחום הגדלים של וקטור המקום.



## תשובות סופיות

$$(1) \quad \text{א. } \otimes \quad \text{ב. } \downarrow \quad \text{ג. } \swarrow$$

$$(2) \quad \text{א. } \hat{y} \quad \text{ב. } -\hat{z}$$

$$(3) \quad 63.63 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$(4) \quad \vec{r} = 50 \cos\left(\frac{t^2}{25}\right) \hat{x} + 50 \sin\left(\frac{t^2}{25}\right) \hat{y}$$

$$(5) \quad \text{א. } \vec{r} = \left( 5 + 3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right), 7 + 3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \right)$$

$$\text{ב. } \vec{v} = \dot{\vec{r}} = \left( -3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \frac{\pi}{10}, 3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \frac{\pi}{10} \right)$$

$$\text{ג. } \vec{a} = \dot{\vec{v}} = -\omega^2 \vec{r} \quad \text{ד. } \vec{v} = \left( \frac{-3}{5}, \frac{3}{5} \right)$$

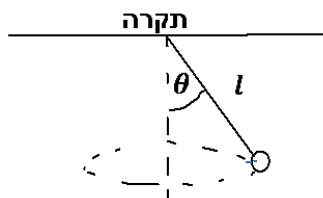
$$\text{ו. } r_{\max} = 8.6 + 3, r_{\min} = 8.6 - 3$$

$$\text{ה. } \theta_{\min} = 34.5^\circ, \theta_{\max} = 74.9^\circ$$

## תרגילים מסכמים:

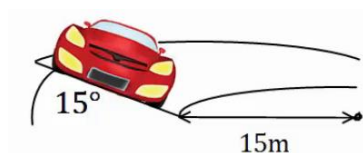
### שאלות:

#### (1) מטוטלת מסתובבת אופקית



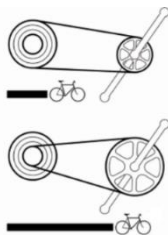
מטוטלת בעלת אורך  $l$  מסתובבת סביב ציר האנך לתקרה בזווית מפתח קבועה  $\theta$ . נתון:  $\theta, l$ . מצא את התדירות וזמן המחזור של הסיבוב.

#### (2) מכונית במחלף



מכונית נוסעת על מחלף משופע. זווית השיפוע של המחלף היא  $15^\circ$  מעלות. רדיוס הסיבוב של המחלף הוא  $15$  מטרים. אם נניח שלמכונית אין חיכוך עם הכביש, מה המהירות בה צריכה לנסוע המכונית על מנת לא להחליק?

#### (3) הילוכי אופניים



הילוכים של אופניים מורכבים משני גלגלי שיניים ברדיוסים שונים ושרשרת המקיפה את שני הגלגלים. כאשר השרשרת מתוחה האורך שלה קבוע. מצאו את הקשר בין מהירות הסיבוב של גלגלי השיניים אם הרדיוסים שבהם מקיפה השרשרת כל אחד מהגלגלים ידועים.

#### (4) שני גופים על מסילה מעגלית אנכית (כולל עבודה ואנרגיה)

מסילה מעגלית חלקה, דקה ובעלת רדיוס  $R$  מוצבת במישור אנכי. מישור משופע וחלק משיק למסילה ומשתלב בה כמתואר בתרשים. מציבים את בול A בגובה  $2R$  ואת בול B על המישור המשופע בגובה זהה מהרצפה. נותנים ל-A דחיפה קלה ועוזבים את B ממצב מנוחה. שני הגופים מחליקים, גוף A בצידה החיצוני של המסילה ואילו גוף B משתלב ונכנס לתוך המסילה. בשלב מסוים כל אחד מהגופים מתנתק מהמסילה. התייחסו לגופים כאל גופים נקודתיים.

א. באיזו זווית  $\theta_1$  עם ציר ה-y, יתנתק גוף A מהמסילה?

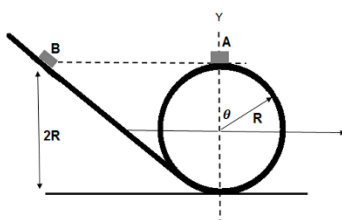
ב. באיזו זווית  $\theta_2$  יתנתק גוף B מהמסילה?

ג. אם שני הגופים מתנתקים מהמסילה בו זמנית.

מה גודל המהירות היחסית בניהם?

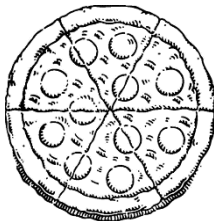
ד. מה יהיה המרחק בין הגופים לאחר הניתוק,

אחרי פרק זמן  $\Delta t$  (הניחו שהגופים עדיין באוויר).



**(5) מציאת מיקום כפונקציה של הזמן**

חלקיק מוגבל לנוע על מעגל ברדיוס  $R$ .  
נתון שגודל המהירות של החלקיק:  $V(t) = Ct^2$  כאשר  $C$  קבוע.  
מצאו ופתרו את משוואת המיקום של החלקיק.

**(6) מסובבים פיצה בתנועה מעגלית**

מסובבים פיצה בתנועה מעגלית כך שמתקיים:  $\theta = 4t^2 + 5t$   
כאשר  $\theta$  נמדדת ברדיאנים ו- $t$  בשניות.

א. מצאו את המהירות הזוויתית של הבצק.

ב. מצאו את התאוצה הזוויתית של הבצק.

ג. לאחר שהוסיפו את הזיתים מסובבים עוד פעם את הפיצה באותו אופן.

מצאו את הרדיוס בו נמצא זית הנע בתאוצה משיקית של  $0.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ .

ד. חזור על סעיף ג' אם ידוע שהתאוצה הקווית הכוללת ב- $t = 1\text{sec}$  היא:  $0.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ .

**(7) תאוצה משיקית קבועה**

נקודה נעה במסלול מעגלי שרדיוסו 30 ס"מ.

הנקודה נעה בתאוצה משיקית קבועה של 4 מטר לשנייה בריבוע.

לאחר כמה זמן מתחילת התנועה התאוצה הרדיאלית של הנקודה תהיה:

א. גדולה פי 2 מהתאוצה המשיקית?

ב. שווה לתאוצה המשיקית?

**(8) זווית בין משיקית לכוללת**

גוף נקודתי מתחיל לנוע ממנוחה במסלול מעגלי בעל רדיוס 2 מטר בתאוצה משיקית קבועה. ידוע כי לאחר שני סיבובים שלמים הגיע הגוף למהירות קווית של 2 מטר לשנייה.

א. תוך כמה זמן השלים הגוף את שני הסיבובים הראשונים?

ב. מה הייתה התאוצה המשיקית של הגוף?

ג. מה הייתה הזווית בין וקטור התאוצה המשיקית לווקטור התאוצה

השקולה לאחר שני הסיבובים הראשונים?

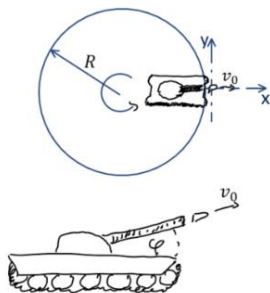
ד. מתי, החל מעת תחילת התנועה, תהיה התאוצה המשיקית שווה בגודלה לתאוצה המרכזית של הגוף?

ה. איזה מרחק יעבור הגוף עד אז? (ראה סעיף ד').

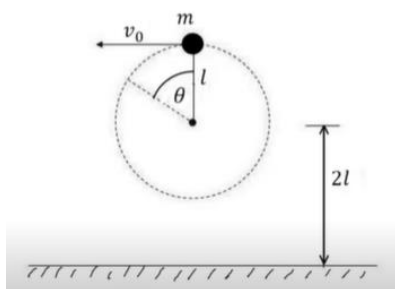
**9 חמישה סיבובים**

נקודה שנמצאת במרחק 15 ס"מ ממרכז הגלגל, מתחילה להסתובב בתאוצה משיקית קבועה. הנקודה מגיעה למהירות זוויתית של  $20 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$  לאחר 5 סיבובים. מצא את:

- התאוצה המרכזית של הנקודה כעבור 5 שניות.
- התאוצה המשיקית של הנקודה כעבור 5 שניות.
- התאוצה השקולה של הנקודה כעבור 5 שניות.

**10 טנק יורה פגז מדיסקה מסתובבת**

- טנק נמצא בקצה של דיסקה ברדיוס  $R$  היכולה להסתובב במקביל לקרקע. הדיסקה מתחילה להסתובב ב- $t = 0$  בתאוצה זוויתית  $\ddot{\theta} = kt^2$ . כעבור זמן  $t_0$  הטנק נמצא במיקום שבאיור ויורה פגז. מהירות הלוע של הפגז היא  $v_0$ . התותח מכיוון בכיוון הרדיאלי כלפי חוץ, ובזווית  $\varphi$  מעל הקרקע (במאונך למישור שבו מסתובבת הדיסקה).
- באיזה מהירות ביחס לצופה נייח יוצא הכדור מלוע הטנק?
  - באיזה מרחק מנקודת הירי יפגע הפגז?

**11 חוט נקרע במעגל אנכי גבוה**

- כדור קטן שמסתו  $m$  קשור לקצהו של חוט שאורכו  $l$ . הכדור מסתובב במעגל אנכי שמרכזו בגובה  $2l$  מעל הרצפה. כאשר החוט מתוח והכדור נמצא אנכית מעל ציר סיבוב מעניקים לו מהירות אופקית  $v_0$ .
- מה המהירות המינימלית  $v_0$  הנדרשת כדי שהכדור יבצע תנועה מעגלית שלמה?
  - מעניקים לכדור מהירות התחלתית:  $v_0 = 1.5\sqrt{gl}$ , אם החוט נקרע ברגע שמתוחותו עולה על  $5.25mg$  מצאו את הזווית  $\theta$  שבה יקרע החוט.
  - מה המהירות הכדור ברגע שהחוט נקרע, אם נתון ש:  $l = 2m$ ?
  - תוך כמה זמן מרגע קריעת החוט יפגע הכדור ברצפה?

## תשובות סופיות:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}, T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1)$$

$$V \approx 6.34 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (2)$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (3)$$

$$d = \sqrt{\frac{8}{3}} g R \Delta t \quad \text{ז.} \quad |\vec{V}_{AB}| = \sqrt{\frac{8}{3}} g R \quad \text{ג.} \quad \theta_2 = \theta_1 = 48.2^\circ \quad \text{ב.} \quad \theta_1 = 48.2^\circ \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$x = R \cos \frac{C \cdot t^3}{3R}, y = R \sin \left( \frac{C \cdot t^3}{3R} \right) \quad (5)$$

$$R = 2.5 \text{ cm} \quad \text{ג.} \quad \alpha = \dot{\omega} = 8 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב.} \quad \omega = \dot{\theta} = 8t + 5 \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$1.18 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad \text{ז.}$$

$$t \approx 0.27 \text{ sec} \quad \text{ב.} \quad t \approx 0.39 \text{ sec} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$t_2 = 5 \text{ sec} \quad \text{ז.} \quad \alpha = 87.73^\circ \quad \text{ג.} \quad a_\theta \approx 0.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב.} \quad t_1 \approx 25.1 \text{ sec} \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$S = 1 \text{ m} \quad \text{ה.}$$

$$|a| \approx 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג.} \quad a_\theta \approx 0.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב.} \quad a_r \approx 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$v_x = v_0 \cos \varphi, v_y = \frac{kt_0^3 R}{3}, v_z = v_0 \sin \varphi \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$d = \left( (v_0 \cos \varphi)^2 + \left( \frac{kt_0^3 R}{3} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left( t_0 + \frac{2v_0 \sin \varphi}{g} \right) \quad \text{ב.}$$

$$t \approx 0.3 \text{ sec} \quad \text{ז.} \quad v \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad \theta \approx 110^\circ \quad \text{ב.} \quad v_{\min} = \sqrt{gl^5} \quad \text{א.} \quad (11)$$

## תרגילים מסכמים למתקדמים:

### שאלות:

#### (1) נקודה על גלגל

מיקומו של גוף כתלות הזמן נתון ע"י:  $x(t) = R\omega t - R \sin(\omega t)$ ,  $y(t) = R - R \cos(\omega t)$ , כאשר  $R$  ו- $\omega$  קבועים.

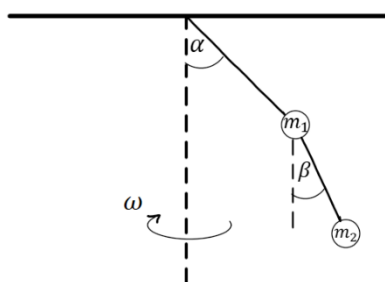
- מצאו את וקטורי המהירות והתאוצה של הגוף.
- מצאו את גודל התאוצה המשיקית והנורמאלית.
- ציירו את מסלול הגוף.

#### (2) חבל עם מסה מסתובב\*

נתון חבל אחיד בעל מסה  $m$  ואורך  $l$ .  
 החבל קשור בקצה אחד ומסתובב במישור אופקי במהירות זוויתית  $\omega$ .  
 מצא את גודל המתוחות לאורך החבל (כתלות במרחק מהקצה הקשור).  
 רמז: יש לחלק את החבל לחתיכות קטנות ולעשות משוואת תנועה על כל חתיכה.

#### (3) מטוטלת כפולה מסתובבת אופקית\*

גוף בעל מסה  $m_1$  מחובר באמצעות חוט באורך  $l_1$  לתקרה.  
 גוף בעל מסה  $m_2$  מחובר באמצעות חוט באורך  $l_2$  לגוף הראשון.  
 שני הגופים מסתובבים יחדיו בתדירות זוויתית קבועה  $\omega$  סביב ציר האנך לתקרה.  
 הזוויות בין החוטים לאנכים הן:  $\alpha$ ,  $\beta$  (ראה איור).  
 א. רשום את משוואת התנועה לכל גוף.  
 ב. מצא מהי הזווית  $\alpha$  עבור המקרה בו  $m_2 = 0$  ו- $m_1 \neq 0$ .



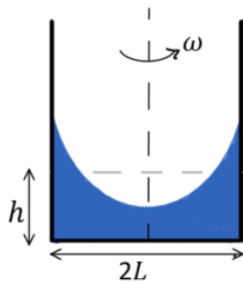
מהי תדירות הסיבוב המינימלית האפשרית?  
 ג. דני ויוסי ניסו למצא את  $\omega$  במקרה הכללי.  
 דני הציב את גדלי המתוחות של החוטים  
 במשוואת התנועה של גוף 2

$$\text{וקיבל: } \omega^2 = \frac{g \tan \beta}{l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta}$$

יוסי הציב את המתוחות במשוואת התנועה

$$\text{של גוף 1 וקיבל: } \omega^2 = \frac{g}{l_1} \cdot \frac{\frac{m_1 + m_2}{m_1} \tan \alpha - \frac{m_2}{m_1} \tan \beta}{\sin \alpha}$$

ישב את הסתירה.

**(4) מים בכלי מסתובב\*\***

תיבה באורך  $2L$  ורוחב  $\omega$  כך ש-  $\omega \ll L$  מכילה מים. גובה המים בתיבה הוא  $h$ . מסובבים את התיבה במהירות זוויתית  $\omega$  סביב ציר העובר במרכזה. הנח כי המים לא נשפכים מהתיבה.

א. מצאו את הפונקציה המתארת את פני המים במרחב (רמז: חשבו את השיפוע של המשיק לפני המים בנקודה כלשהיא, שיפוע זה הוא הנגזרת של הפונקציה).

ב. מהו הפרש הגבהים בין המים במרכז התיבה למים במרחק אופקי  $d$  מהמרכז?

ג. מה יהיה הפרש הגבהים אם נגדיל את מהירות הסיבוב פי 2?

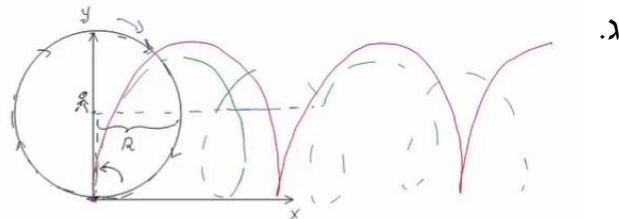
ד. מהו התנאי שתחתית התיבה תתייבש בנקודה כלשהיא?

**תשובות סופיות:**

$$\vec{v} = (R\omega - R \cos(\omega t) \cdot \omega) \hat{x} + R \sin(\omega t) \cdot \omega \hat{y} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\vec{a} = R\omega^2 \sin(\omega t) \hat{x} + R\omega^2 \cos(\omega t) \hat{y}$$

$$|\vec{a}_t| = \frac{R\omega^2 (\sin \omega t)}{\sqrt{2(1 - \cos \omega t)}}, \quad |\vec{a}_n| = \frac{R\omega^2 (\cos(\omega t) - \cos(2\omega t))}{\sqrt{2(1 - \cos(\omega t))}} \quad \text{ב.}$$



$$T(x) = \frac{m\omega^2}{2l} (l^2 - x^2) \quad \text{ג.} \quad (2)$$

$$\sum F_x = m_1 \omega^2 l_1 \sin \alpha, \quad \sum F_y = 0 \quad \text{גוף 1} \quad (3)$$

$$\sum F_x = m_2 \omega^2 (l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta), \quad \sum F_y = m_2 g \quad \text{גוף 2}$$

$$\Delta y = \frac{2\omega^2 d^2}{g} \quad \text{א.} \quad \Delta y = \frac{\omega^2 d^2}{2g} \quad \text{ב.} \quad y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + h - \frac{\omega^2 L^2}{6g} \quad \text{ג.} \quad (4)$$

$$h = \frac{\omega^2 L^2}{6g} \quad \text{ד.}$$

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

פרק 10 - קואורדינטות פולריות -

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים ..... 142

## הרצאות ותרגילים

### רקע

$$\begin{aligned}x &= r \cos \theta \\y &= r \sin \theta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \tan \theta &= \frac{y}{x}\end{aligned}$$

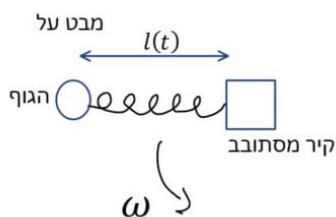
$$\begin{aligned}\hat{r} &= \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y} \\ \hat{\theta} &= -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}\end{aligned}$$

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = r\hat{r}$$

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}$$

### שאלות



#### 1) מסה קשורה עם קפיץ לקיר מסתובב

גוף נקודתי מחובר ע"י קפיץ לקיר שמסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  במישור האופקי. אורך הקפיץ משתנה בזמן ונתון

לפי:  $l(t) = l_0 + A \sin(\Omega t)$  כאשר  $A$ ,  $\Omega$  ו- $l_0$

הם קבועים חיוביים ומתקיים  $A < l_0$ .

א. מהי תאוצת הגוף בקואורדינטות פולריות?

ב. נניח ש- $A$ ,  $\Omega$  ו- $\omega$  ידועים, מהו התנאי על  $l_0$  כך שבנקודות זמן

מסוימות כיוון התאוצה יהיה רק בכיוון  $\hat{\theta}$ ?

ג. מהי התשובה המספרית לסעיף ב' אם:  $\omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ,  $A = 0.2\text{m}$ ,  $\Omega = 3 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ?

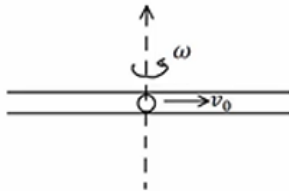
**(2) דני מסתובב במעגלים**

דני בן השלוש מתחיל לרוץ במעגלים ממנוחה.  
 דני מתרחק מהנקודה בה התחיל לרוץ לפי:  $r = At^2$  והוא מסתובב במהירות זוויתית הולכת וגדלה:  $\omega = Bt$ .  $\left( A = 0.4167 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, B = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \right)$ .

- מצא את המהירות של דני כתלות בזמן בקואורדינטות פולריות.
- מצא את התאוצה של דני כתלות בזמן בקואורדינטות פולריות.
- כאשר דני מגיע לתאוצה השווה ל- $g$  הוא מקבל סחרחורת ונופל (על הטוסיק כמובן), מתי ייפול דני?

**(3) כוח מסתורי בצינור**

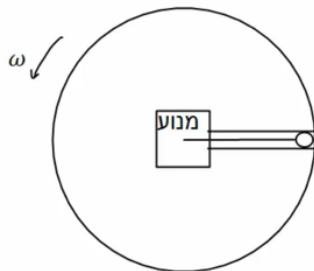
צינור מסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  סביב מרכזו.  
 כדור קטן בעל מסה  $m$  נמצא ב- $t = 0$  במרכז הצינור.  
 לכדור מהירות התחלתית  $v_0$  בכיוון הרדיאלי.  
 כוח מסתורי  $F$  (לא בהכרח קבוע) פועל על הכדור ושומר על מהירות הכדור ביחס לצינור להיות קבועה ושווה ל- $v_0$ . בין הצינור לכדור אין חיכוך.



- מה מיקום הכדור כתלות בזמן?
- מהו הכוח  $F$  כתלות בזמן הפועל על הכדור?

**(4) מנוע מושך כדור בתוך דיסקה מסתובבת**

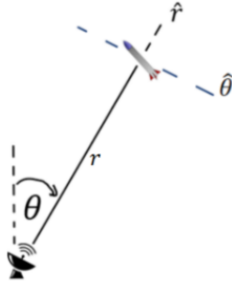
דיסקה ברדיוס  $R$  מונחת על שולחן ומקובעת במרכזה אך מסתובבת סביב מרכזה במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ .  
 בתוך הדיסקה ישנה תעלה, כדור בעל מסה  $m$  מונח בקצה של התעלה ויכול לזוז רק בתוך התעלה.  
 במרכז הדיסקה נמצא מנוע המחובר בחוט לכדור. המנוע מושך את הכדור למרכז הדיסקה כך שתאוצת הכדור ביחס לדיסקה היא  $a_0$ .



- מצא את מיקום המסה כתלות בזמן ביחס לדיסקה וביחס למעבדה, בקואורדינטות פולריות.
- מה הכוח שמפעיל המנוע על הכדור כתלות בזמן?
- מה הכוח שמפעילים הקירות על הכדור?

**(5) מכ"מ מזהה טיל**

מכ"מ מזהה טיל הנמצא מעט מעל האטמוספירה עם מנוע כבוי. הבעיה דו מימדית.



נתון כי:  $r = 70\text{km}$ ,  $\theta = 30^\circ$ ,  $\dot{r} = 1100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $\dot{\theta} = 1.5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

החיכוך עם האוויר זניח בגובה רב והתאוצה היחידה היא

תאוצת הכובד השווה ל-  $\frac{9.6\text{m}}{\text{sec}^2}$  (התאוצה קטנה מעט בגלל

המרחק ממרכז כדור הארץ).

א. מהו גודלה של מהירות הטייל?

ב. מצאו את הערך של  $\ddot{r}$  ושל  $\ddot{\theta}$ .

**(6) כדור חופשי בתוך צינור מסתובב**

צינור מסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  סביב מרכזו.

כדור קטן בעל מסה  $m$  נמצא בתוך הצינור.

ב-  $t = 0$  הכדור נמצא במנוחה ביחס לצינור ובמרחק  $d$  ממרכז הצינור.

בין הצינור לכדור אין חיכוך.

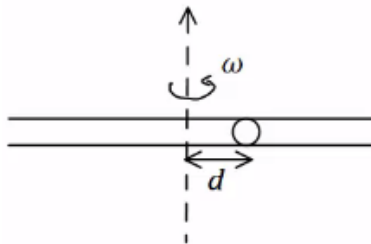
א. רשום את הכוחות הפועלים על הכדור בצירים פולריים.

ב. רשום את משוואת התנועה בכיוון הרדיאלי.

ג. בדוק כי הפתרון:  $r(t) = Ae^{\omega t} + Be^{-\omega t}$  מתאים

למשוואה שמצאת ומצא את הקבועים  $A$ ,  $B$ .

ד. מהו הכוח הנורמאלי הפועל מהצינור על כדור?

**(7) משוואות לתנועת חלקיק**

תנועת חלקיק מתוארת ע"י המשוואות:  $r = A \cdot t^\alpha$  ו-  $\dot{\theta} = \omega = \text{const}$

כאשר  $A$ ,  $\alpha$  קבועים.

א. הביעו את  $r$  כתלות ב-  $\theta$ .

ב. שרטטו את התנועה עבור:  $\alpha = 0$ ,  $\alpha < 0$ ,  $\alpha > 0$ .

ג. הניחו כי הגוף מתחיל מהראשית וכי:  $\alpha = 1$ ,  $A = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ .

כמה סיבובים יעבור הגוף עד שהרדיוס יהיה  $30\text{m}$ ?

**(8) חללית במסלול ספיראלי**

חללית 1 נעה במסלול ספיראלי (בדו מימד) כך ש-  $r_1(t) = At^\alpha$ , כאשר  $A$  ו-  $\alpha$  הם קבועים חיוביים נתונים.

$$\ddot{r}(t) \cdot \hat{r} = A\alpha(\alpha-1)t^{\alpha-2} - AC^2t^\alpha e^{2Ct}$$

החללית נעה נגד כיוון השעון ו-  $C$  הוא גם קבוע חיובי נתון. בזמן  $t = 0$  החללית חוצה את ציר ה-  $x$  השלילי.

א. מצאו את מיקום החללית בקואורדינטות קרטזיות.

ב. חללית 2 נעה על מסלול ספיראלי כך ש-  $r_2(t) = \frac{1}{2}r_1(t)$  ובאותה זווית

כמו חללית 1.

מצאו את המיקום, המהירות והתאוצה של חללית 1 ביחס לחללית 2.

ג. תארו באופן מילולי את תנועתה של חללית 1 ביחס לחללית 2 אם  $\alpha = 2$ .

**(9) עכביש הולך על דיסקה מסתובבת**

עכביש נמצא במרכז של דיסקה המסתובבת במהירות זוויתית  $0.2 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ .

העכביש מתחיל לנוע במהירות קבועה ובקו ישר ביחס לדיסקה עד לקצה הדיסקה ברדיוס  $2\text{m}$ . הזמן שלוקח לעכביש להגיע לקצה הוא 4 שניות.

א. מצאו את וקטורי מהירותו ותאוצתו של העכביש (ביחס למעבדה).

ב. הסבירו מדוע יש לעכביש תאוצה אם הוא הולך במהירות קבועה ביחס לקרוסלה.

ג. הסבירו באופן איכותי את כל אחד מהרכיבים של תאוצת העכביש.

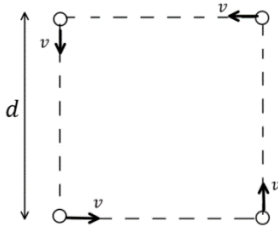
**(10) מהירות מינימאלית ללווין**

לווין שעובר בסמוך לפני כדה"א מרגיש תאוצה  $\hat{a} = -g\hat{r}$  (בהזנחת התנגדות האוויר).

מצאו מה צריכה להיות המהירות המינימלית של הלווין כך שלא יתנגש בפני כדה"א וישלים סיבוב.

**(11) משחק תופסת\***

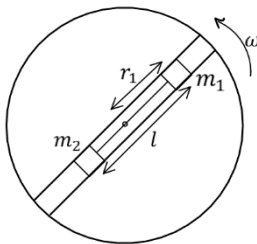
ארבעה ילדים משחקים תופסת, הם מתחילים לרוץ מארבע פינות של ריבוע בגודל  $d \times d$ . כל ילד רץ במהירות קבועה  $v$  לעבר הילד שמשמאלו (הכיוון הוא תמיד לכיוון הילד שמשמאלו).



- תאר את תנועת הילדים וקבע היכן ייפגשו.
- כעבור כמה זמן ייפגשו?
- כמה סיבובים עשה כל ילד עד למחצית מהזמן שנפגשו?
- מצא את וקטור המיקום של הילד המתחיל ברביע הראשון כפונקציה של הזמן בקואורדינטות קרטזיות. רמזים: מהי הסימטריה בבעיה? איזה צורה יוצרים הילדים בכל רגע? רשום את המהירות של כל ילד בקואורדינטות פולריות.

**(12) שתי מסות מחוברות בחוט בתוך דסקה מסתובבת\***

על דסקה המסתובבת במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  ישנה מסילה העוברת דרך מרכז הדסקה. במסילה ישנן שתי מסות  $m_1$ ,  $m_2$  המחוברות בחוט באורך  $l$ . המערכת מונחת על שולחן אופקי (ז"א כיוון כוח הכובד לתוך הדף).



- מצא את היחס בין המסות על מנת שרדיוס כל מסה יישאר קבוע במהלך התנועה.
- כעת חותכים את החוט.
- נסמן את הזמן שבו חותכים את החוט ב-  $t = 0$ .
- רשום משוואה דיפרנציאלית שפתרונה ייתן את  $r_1(t)$ .
- פתור את המשוואה ומצא את  $r_1(t)$ .
- הנח כי  $r_1$  הוא מיקום המסה ברגע השחרור.

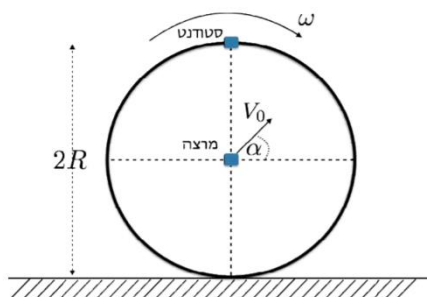
**(13) רוכב אופנוע\***

רוכב אופנוע מתחיל את תנועתו ממנוחה. מרחקו מנקודת ההתחלה משתנה לפי  $r = Ct$ , כאשר  $C$  קבוע. בנוסף הרוכב מסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ . מצא את המרחק המקסימלי אליו יגיע הרוכב אם נתון מקדם החיכוך הסטטי  $\mu_s$ .

### 14 סטודנט ומרצה על גלגל ענק\*

סטודנט נמרץ פוגש מרצה בעת ביקורו בפארק שעשועים. הסטודנט נחוש בדעתו להראות שהוא יודע מכניקה ומשכנע את המרצה לטפס למרכז גלגל ענק. הסטודנט עולה על הקרון של הגלגל. הגלגל מסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  עם כיוון השעון ורדיוסו  $R$ . כשהסטודנט מגיע לשיא הגובה המרצה זורק כרית במהירות התחלתית  $v_0$  ובזווית  $\alpha$  ביחס לאופק. בזמן מסוים לאחר זריקת הכרית הסטודנט קופץ מהקרון כך שמהירותו היא המהירות המשיקית של הקרון ביחס למרצה. הסיכוי היחידי של הסטודנט לא להיפצע בעת הפגיעה בקרקע הוא אך ורק אם ינחת על הכרית. הנח שתנועת הכרית היא כתנועת אבן. לפני הזינוק של הסטודנט:

- רשמו את ווקטור המיקום של הכרית בקואורדינטות קרטזיות ביחס למרצה.
- רשמו את ווקטור המיקום של הכרית בקואורדינטות פולריות ביחס למרצה.
- רשמו את ווקטור המיקום של הסטודנט בקואורדינטות קרטזיות ביחס למרצה.
- רשמו את ווקטור המיקום של הסטודנט בקואורדינטות פולריות ביחס למרצה.
- רשמו את ווקטור המיקום של הכרית בקואורדינטות קרטזיות ביחס לסטודנט.
- מה צריכה להיות גודלה של המהירות ההתחלתית  $v_0$  והזווית  $\alpha$  כדי שהכרית תעבור ליד הסטודנט לאחר זמן  $t_0$ .
- הסטודנט מחליט לקפוץ כשהכרית עוברת לידו (אסור לו לתפוס אותה כשהיא לידו).
  - הכרית יכולה לעבור ליד הסטודנט כשהיא לפני שיא הגובה, בשיא הגובה או אחריו. באיזה משלושת המקרים על הסטודנט לקפוץ על מנת לחסוך את הוצאות החיוב של האמבולנס? (נמקו את תשובתכם).
  - על פי הסעיף בהינתן שהסטודנט והכרית בקרקע באותו הזמן. מה הוא הקשר בין ווקטורי המהירויות של הסטודנט והכרית בעת הקפיצה כך שהסטודנט לא יפגע?
  - חשבו את הגובה בו תתרחש הקפיצה.
- בטאו את הגובה הנ"ל בעזרת קבועי הבעיה בלבד ( $t_0$  הוא לא קבוע בעיה עבור שאלה זו).



**(15) קרוסלה\*\***

- חיפושית נעה על קרוסלה המסתובבת במהירות זוויתית קבועה  $\omega_0$ .  
 רדיוס הקרוסלה  $R$ . החיפושית נעה מקצה הקרוסלה למרכז במהירות  
 קבועה  $v_0$  ביחס לקרוסלה.
- א. מצא את מיקום החיפושית בקורדינטות קרטזיות ובקורדינטות פולריות  
 ביחס לצופים הבאים:
- i. צופה A - הנמצא על הקרוסלה בנקודת ההתחלה של החיפושית.
  - ii. צופה B - הנמצא על הקרוסלה במרכז.
  - iii. צופה C - הנמצא במרכז הקרוסלה אך אינו מסתובב איתה.
  - iv. צופה D - הנמצא בקצה הקרוסלה ואינו מסתובב עם הקרוסלה.
- ב. מצא את המהירות והתאוצה ביחס לאותם צופים.

## תשובות סופיות

$$\vec{a} = -\left((\Omega^2 + \omega^2)A \sin \Omega t + \omega^2 l_0\right) \hat{r} + (2\Omega A \cos \Omega t) \hat{\theta} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\theta < l_0 \leq 2m \quad \text{ג.} \quad \theta < l_0 \leq \frac{\Omega^2 + \omega^2}{\omega^2} \cdot A \quad \text{ב.}$$

$$\vec{a} = (2A - B^2 A t^4) \hat{r} + (5AB t^2) \hat{\theta} \quad \text{ב.} \quad \vec{r} = 2At \hat{r} + At^2 \cdot Bt \hat{\theta} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$t = 2 \text{ sec} \quad \text{ג.}$$

$$F_r = m(0 - \omega^2 v_0 t) \quad \text{ב.} \quad r = v_0 \cdot t, \theta(t) = \omega \cdot t \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\text{א. ביחס לדיסקה: } r'(t) = R - \frac{1}{2} a_0 t^2, \theta'(t) = 0 \quad (4)$$

$$\text{ביחס למעבדה: } r(t) = R - \frac{1}{2} a_0 t^2, \theta(t) = \omega t \quad \text{ב.} \quad T = m \left( a_0 + \omega^2 \left( R - \frac{1}{2} a_0 t^2 \right) \right)$$

$$N_z = mg \quad \text{ג.}$$

$$|\vec{v}| \approx 1521 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad \vec{r} \approx 7.44 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \theta \approx -4.03 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב.} \quad (5)$$

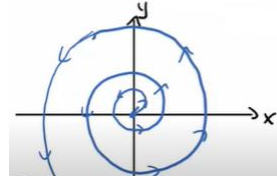
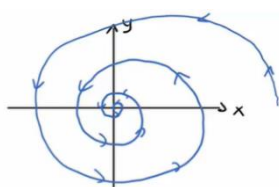
$$\sum F_r = 0, \sum F_\theta = N_\theta, \sum F_z = N_z - mg \quad \text{א.} \quad \text{ב. } r = 0 \quad (6)$$

$$N_\theta = m\omega^2 d(e^{\omega t} - e^{-\omega t}), N_z = mg \quad \text{ג.} \quad \vec{r} = \omega A e^{\omega t} - \omega B e^{-\omega t}, A = B = \frac{d}{2}$$

$$\alpha < 0$$

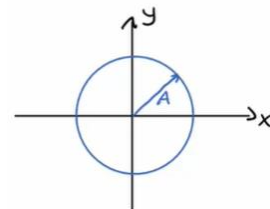
$$\alpha > 0 \quad \text{ב.}$$

$$r = A \left( \frac{\theta}{\omega} \right)^\alpha \quad \text{א.} \quad (7)$$



$$N \approx 2.39 \quad \text{ג.}$$

$$\alpha = 0$$



$$\vec{r}(t) = At^\alpha \left( -\cos(e^t - 1) \hat{x} - \sin(e^t - 1) \hat{y} \right) \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$x(t) = -\frac{1}{2} At^\alpha, y(t) = 0 \quad \text{ב.}$$

$$v_x(t) = -\frac{1}{2} A \alpha t^{\alpha-1}, a_x(t) = -\frac{1}{2} A \alpha (\alpha-1) t^{\alpha-2}$$

ג. תנועה בתאוצה קבועה בקו ישר.

$$\text{א. } \hat{r} = 0.5\hat{r} + 0.1t\hat{\theta}, \hat{a} = -0.02 \cdot t\hat{r} + 0.2\hat{\theta} \quad (9)$$

ב. כי הוא לא זז במהירות קבועה ביחס למעבדה.

ג. רכיב רציאלי: תאוצה רציאלית מהתנועה.

רכיב  $\theta$ :  $v_\theta = \omega r$  בגלל ש- $r$  משתנה צריך תאוצה בכיוון  $\theta$  שתגדיל את

המהירות בכיוון  $\theta$  אפילו ש- $\omega$  קבוע.

$$\sqrt{gR_E} \quad (10)$$

א. התנועה היא של הפינות של ריבוע הקטן ומסתובב. המפגש יהיה במרכז.

$$\text{ב. } \frac{d}{v} \quad \text{ג. } \frac{\ln 2}{2\pi}$$

$$\vec{r}(t) = \left( -\frac{vt}{\sqrt{2}} + \frac{d}{\sqrt{2}} \right) \left[ \cos \left( \ln \left( \frac{d}{d-vt} \right) + \frac{\pi}{4} \right) \hat{x} + \sin \left( \ln \left( \frac{d}{d-vt} \right) + \frac{\pi}{4} \right) \hat{y} \right] \quad \text{ד.}$$

$$\text{א. } \frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad \text{ב. } \omega^2 r_1 \quad \text{ג. } r_1(t) = \frac{r_1}{2} (e^{\omega t} + e^{-\omega t}) \quad (12)$$

$$r_{\max} = \sqrt{(\mu_s g)^2 - (2C\omega_0)^2} \left( \frac{1}{\omega_0} \right) \quad (13)$$

$$\text{א. } x_1 = v_0 \cos \alpha \cdot t, y_1 = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (14)$$

$$\text{ב. } r = \sqrt{(v_0 \cos \alpha \cdot t)^2 + \left( v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 \right)^2}, \tan \theta = \frac{v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2}{v_0 \cos \alpha t}$$

$$\text{ג. } x_2 = R \cos \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t \right), y_2 = R \sin \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t \right) \quad \text{ד. } r = R, \theta = \frac{\pi}{2} - |\omega| \cdot t$$

$$\text{ה. } x_{1,2} = v_0 \cos \alpha t - R \cos \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t \right), y_{1,2} = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t - R \sin \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t \right)$$

$$\text{ו. } \tan \alpha = \frac{\frac{1}{2} g t_0^2 + R \sin \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t_0 \right)}{R \cos \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t_0 \right)}$$

$$\text{ז. אחריו. } v_0^2 t_0^2 = \left( \frac{1}{2} g t_0^2 + R \sin \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t_0 \right) \right)^2 + R^2 \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t \right)$$

ח. וקטורי המהירות חייבים להיות שווים בגודל ובכיוון.

$$\text{ט. } y = \frac{v_0 \cos \alpha}{|\omega|}$$

$$\text{א. ראו סרטון. ב. ראו סרטון.} \quad (15)$$

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

## פרק 11 - עבודה ואנרגיה -

### תוכן העניינים

|     |                                      |
|-----|--------------------------------------|
| 151 | 1. שימור אנרגיה ומשפט עבודה ואנרגיה  |
| 155 | 2. חישוב עבודה לכוח לא קבוע          |
| 157 | 3. חישוב כוח משמר מאנרגיה פוטנציאלית |
| 158 | 4. איך בודקים האם כוח הוא משמר       |
| 159 | 5. נקודת שיווי משקל                  |
| 161 | 6. ניתוח באמצעות גרפים של אנרגיות    |
| 163 | 7. הספק ונצילות                      |
| 166 | 8. תרגילים מסכמים                    |
| 170 | 9. תרגילים מסכמים כולל תנועה מעגלית  |

## שימור אנרגיה ומשפט עבודה ואנרגיה

### רקע

עבודה של כוח קבוע :

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

כאשר  $\alpha$  היא הזווית בין הכוח להעתק

הערות :

1. העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.
2. אם הגוף לא זז אז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).

הקשר בין עבודה כוללת לאנרגיה קינטית :

$$W_{\Sigma F} = \Delta E_k$$

העבודה של כל הכוחות שפועלים על הגוף

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

אנרגיה קינטית

כוח משמר :

1. **העבודה שמבצע הכוח אינה תלויה במסלול.** היא תלויה רק בנקודה בה התחיל הגוף ובנקודה בה סיים הגוף את התנועה.
2. העבודה במסלול סגור מתאפסת.

$$W_c = -\Delta U$$

3. יש לו אנרגיה פוטנציאלית

$$U_g = mgh$$

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית

$$U_{el} = \frac{1}{2} k x^2$$

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית

כאשר  $x$  הוא ההתארכות של הקפיץ ממצב רפוי ו- $k$  הוא קבוע הקפיץ

$$E = E_k + U$$

אנרגיה (מכאנית) כללית :

$U$  היא סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.

משפט עבודה אנרגיה:  $E_i + W_{NC} = E_f$

$W_{NC}$  העבודה של הכוחות הלא משמרים

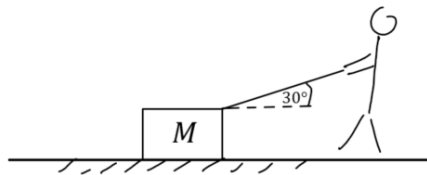
חוק שימור האנרגיה:

אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת

## שאלות

### (1) אדם מושך ארגז

אדם מושך ארגז שמסתו  $M = 5\text{kg}$  באמצעות חבל ובזווית  $30^\circ$  מעלות ביחס לקרקע. מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא:  $\mu_k = 0.2$ . האדם מושך את הארגז לאורך שני מטרים. הכוח שמפעיל האדם הוא  $80\text{N}$ .



- מהי העבודה שביצע האדם?
- מהי העבודה שביצע כוח החיכוך?
- מהן העבודות שביצעו כוח הכובד והנורמל מהמשטח?
- מהי העבודה הכוללת שנעשתה על הארגז?

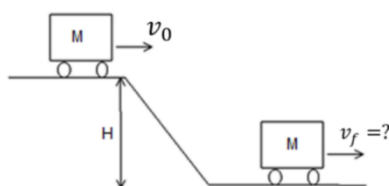
### (2) מהירות הארגז

בדוגמה הקודמת, אדם מושך ארגז, חשב את מהירות הארגז לאחר שהאדם משך אותו 2 מטרים אם ידוע שהוא התחיל ממנוחה.

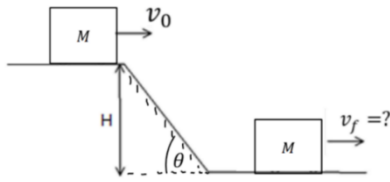
### (3) חישוב עבודה של כוח הכובד

אבן בעלת מסה  $2\text{kg}$  נופלת מגג בניין בגובה  $10$  מטרים. חשבו את העבודה שביצע כוח הכובד על האבן עד הפגיעה בקרקע. חשבו פעם אחת באופן מפורש דרך המכפלה הסקלרית ופעם נוספת דרך האנרגיה הפוטנציאלית.

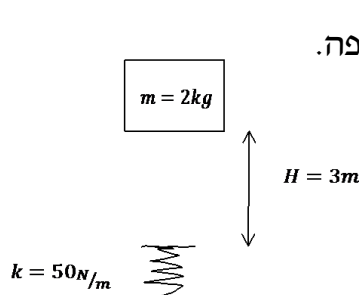
### (4) עגלה במדרון



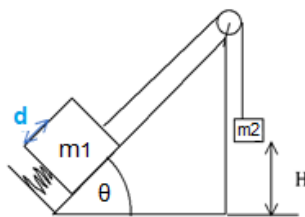
עגלה נעה על משטח ללא חיכוך. העגלה מתחילה במעלה המדרון בגובה  $H$  עם מהירות התחלתית  $v_0$ . מצא את מהירות העגלה בתחתית המדרון. נתונים:  $v_0$ ,  $H$ .

**(5) קופסה במדרון עם חיכוך**

קופסה יורדת במדרון משופע בעל זווית  $\theta$ .  
 הנח כי מהירות הקופסה במעלה המדרון היא  $v_0$   
 וגובה ההתחלתי הוא  $H$ .  
 מצא את מהירות העגלה בתחתית המדרון.  
 הנח שהחיכוך הוא רק על החלק המשופע של התנועה.  
 נתונים:  $v_0$ ,  $\theta$ ,  $\mu_k$ ,  $H$ .

**(6) מסה נופלת על קפיץ**

קפיץ חסר מסה, בעל קבוע קפיץ של  $50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ , מחובר לרצפה.  
 משחררים ממנוחה מסה של  $m = 2 \text{ kg}$  הנמצאת  
 בגובה 3 מטר מעל הקפיץ.  
 א. מצא את הכיוון המקסימאלי של הקפיץ.  
 ב. מה הגובה המקסימאלי אליו תגיע המסה  
 לאחר הפגיעה בקפיץ.

**(7) שתי מסות מחוברות, מדרון וקפיץ**

מסה  $m_1$  נמצאת על מדרון משופע בזווית  $\theta$ .  
 המסה מונחת על קפיץ בעל קבוע קפיץ  $k$  המכווץ ב- $\Delta x = d$ .  
 אל המסה קשור חוט העובר דרך גלגלת אידיאלית ומחובר  
 למסה  $m_2$  הנמצאת בגובה  $H$  מעל הרצפה.  
 המערכת משוחררת ממנוחה.  
 מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של  $m_2$ .  
 נתון:

$$m_1 = 1 \text{ kg}, m_2 = 2 \text{ kg}$$

$$H = 3 \text{ m}, k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\theta = 30^\circ, d = 30 \text{ cm}$$

### תשובות סופיות

$$(1) \quad W = 139 \text{ J} \quad \text{א.} \quad W_{fk} = -4 \text{ J} \quad \text{ב.} \quad W_N = W_g = 0 \quad \text{ג.} \quad W_T = 135 \text{ J} \quad \text{ד.}$$

$$(2) \quad V_F \approx 7.35 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$(3) \quad W_C = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cos \alpha = 200 \text{ J} \quad , \quad W_C = -\Delta U = -(U_F - U_i) = 200 \text{ J}$$

$$(4) \quad V_F = \sqrt{v_0^2 + 2gH}$$

$$(5) \quad V_F = \sqrt{v_0^2 + 2gH(1 - \mu_k \cot(\theta))}$$

$$(6) \quad \Delta x = 2 \text{ m} \quad \text{א.} \quad mgH = mgh \quad \text{ב.}$$

$$(7) \quad V = 5.745 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

## חישוב עבודה לכוח לא קבוע

רקע

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

צריך גם משוואה של המסלול

שאלות

### 1 חישוב עבודה במסלולים שונים

חשב את העבודה שמבצע הכוח:  $\vec{F} = xx + yxy$  בין הנקודה  $A(0,0)$  לנקודה  $B(2,4)$ :

- דרך המסלול של הקו הישר המחבר בין הנקודות.
- דרך מסלול המקביל לציר ה- $x$  עד לנקודה  $C(2,0)$  ולאחר מכן דרך המסלול המקביל לציר ה- $y$  עד לנקודה  $B$ .
- דרך המסלול  $y = x^2$ .
- דרך המסלול  $x(t) = 2t$ ,  $y(t) = 4t^2$ .

### 2 כוח בשלושה מימדים

נתון הכוח:  $\vec{F} = zx^2\hat{x} + xzy\hat{y} + 2yz\hat{z}$ .

- חשב את העבודה של הכוח דרך המסלול היוצא מהנקודה  $A(1,2,3)$  עד לנקודה  $B(2,3,5)$  כאשר המסלול יוצא מ- $A$  במקביל לציר ה- $Y$  עד לנקודה  $C(1,3,3)$  ולאחר מכן מ- $C$  במקביל לציר ה- $Z$  ועד לנקודה  $D(1,3,5)$  ולאחר מכן מהנקודה  $D$  במקביל לציר ה- $X$  עד לנקודה  $B$ .
- חשב את העבודה של הכוח מהנקודה  $A(0,0,-1)$  עד הנקודה  $B(4,4,5)$  לאורך המסלול הנתון לפי המשוואות:  $x(t) = 2t$ ;  $y(t) = t^2$ ;  $z(t) = 3t - 1$ .

## תשובות סופיות

$$(1) \quad \begin{array}{ll} \text{א. } W_{A \rightarrow B} = \frac{4}{2} + \frac{4 \cdot 8}{3} & \text{ב. } W_{A \rightarrow B} = 18 \\ \text{ג. } W_{A \rightarrow B} = 2 + \frac{64}{5} & \end{array}$$

$$\text{ד. } W_{A \rightarrow B} = 2 + \frac{64}{5}$$

$$(2) \quad \begin{array}{ll} \text{א. } 26.67 \text{ J} & \text{ב. } 128 \text{ J} \end{array}$$

## חישוב כוח משמר מאנרגיה פוטנציאלית

רקע

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} \cdot U$$

שאלות

- (1) חישוב עבודה מתוך אנרגיה פוטנציאלית  
 על גוף מסוים פועל כוח משמר המתאים לאנרגיה הפוטנציאלית  
 הבאה:  $U(x, y) = 2x^2 - 6y^3$ .  
 מצא את העבודה אותה צריך לבצע על מנת להביא את הגוף מהנקודה  $(1, 0)$   
 אל הנקודה  $(2, 3)$ .

תשובות סופיות

$$W_{\text{ext}} = 156\text{J} \quad (1)$$

## איך בודקים האם כוח הוא משמר

### רקע

אם ורק אם  $\vec{V} \times \vec{F} = 0$ , אז הכוח משמר.

הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד

### שאלות

#### (1) דוגמה

נתון הכוח  $F$ :  $\vec{F} = -2xy\hat{x} + (x^2 - z)\hat{y} + y\hat{z}$ .

בדקו האם הכוח  $F$  משמר.

### תשובות סופיות

(1) משמר.

## נקודת שיווי משקל:

### שאלות:

#### 1) שעון תלוי

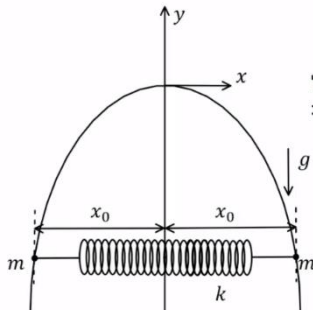


- שעון קיר תלוי באמצעות מסמר הנמצא בקצהו העליון. ניתן לסובב את כל השעון (לא את המחוגים) סביב המסמר. א. מצא באילו מצבים השעון יהיה בשיווי משקל וקבע עבור כל מצב איזה סוג שיווי משקל הוא. ב. חזור על סעיף א' אם המסמר תקוע במרכז השעון (השעון עדיין יכול להסתובב סביב המסמר).

#### 2) אנרגיה פוטנציאלית בשיווי משקל

- האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף נתונה לפי הפונקציה הבאה:  $U = (x-4)^2 + x^3$ . מצא את נקודת שיווי המשקל ומיין אותה לסוגים הרלוונטיים.

#### 3) קפיץ וחרוזים על תיל קשיח מכופף



- תיל קשיח מכופף בצורת פרבולה המתאימה לפונקציה:  $y = -Ax^2$  כאשר A קבוע נתון. על התיל מושחלים שני חרוזים זהים בעלי מסה m, אחד בכל צד. קפיץ אופקי בעל קבוע k ואורך רפוי l מחבר בין החרוזים (ראה איור). חשב את המרחק האופקי  $x_0$  של כל חרוז מציר ה-y במצב של שיווי משקל. הנח כי הקפיץ והחרוזים נמצאים תמיד באותו הגובה. הדרכה: כתוב ביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית כפונקציה של x בלבד.

### תשובות סופיות:

(1) א. כשהשעון למטה שיווי משקל יציב וכשהשעון הפוך ב-  $180^\circ$  שיווי משקל רופף.  
 ב. השעון בשיווי משקל אדיש.

$$(2) \quad U''(x_1) = 6 \cdot \frac{4}{3} + 2 > 0 \quad , \quad x_1 \text{ נק' מינימום} \Leftarrow \text{ש.מ. יציב.}$$

$$U''(x_2) = -2 \cdot 6 + 2 < 0 \quad , \quad x_2 \text{ נק' מקסימום} \Leftarrow \text{ש.מ. רופף.}$$

$$(3) \quad x_0 = \frac{kl}{2k - 2mgA}$$

## ניתוח באמצעות גרפים של אנרגיות:

### שאלות:

#### (1) נקודה הכי ימנית

גוף שמסתו 6 ק"ג נע לאורך ציר  $x$  בהשפעת כוח יחיד הנגזר מהאנרגיה הפוטנציאלית:  $U(x) = 2x^4 - 36x^2$ .

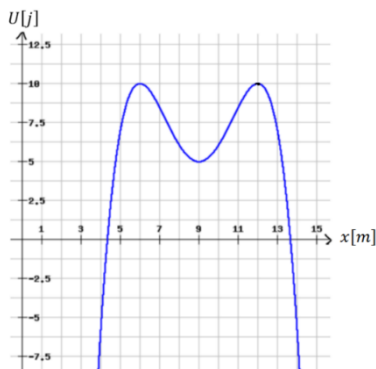
נתון שכאשר הגוף מגיע לנקודה בה  $x = -1.5\text{m}$  מהירותו שווה ל-  $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .

א. מהי הנקודה הימנית ביותר במסלול של הגוף?

ב. חזור על סעיף א', אם ערך המהירות היה:  $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .

#### (2) גמל דו דבשתי

כוח משמר פועל על כדור בעל מסה 625gr. הגרף הבא מתאר את האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כתלות במיקומו:



א. שרטטו באופן איכותי את הגרף של הכוח כתלות במיקום.

ב. תארו באופן מילולי את תנועת הכדור אם

הוא משוחרר מ-  $x = 7\text{m}$  ממנוחה.

ג. מהי המהירות המינימלית שצריך לתת לכדור במצב של סעיף ב' על מנת שהכדור יגיע לאינסוף?

ד. מהן נקודות שיווי המשקל?

מיינו אותן לפי יציבותן וציינו מה המשמעות של כל סוג של שיווי משקל.

#### (3) שני גופים בפוטנציאל אקספוננציאלי ריבועי

שני גופים נמצאים על ציר ה- $x$  ונתונים להשפעת הפוטנציאל:  $U(x) = Axe^{-Bx^2}$  כאשר  $A, B$  הם קבועים חיוביים. נתון כי ברגע מסוים גוף אחד נמצא ב- $x=0$

והאנרגיה שלו היא אפס, והגוף השני נמצא ב- $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$  והאנרגיה שלו

היא:  $E = -\frac{A}{e} \sqrt{\frac{1}{B}}$ . היכן ייפגשו הגופים? (בחר את התשובה הנכונה):

א. בתחום  $-\sqrt{\frac{1}{B}} \leq x \leq 0$ .

ב. הגופים לא ייפגשו אף פעם.

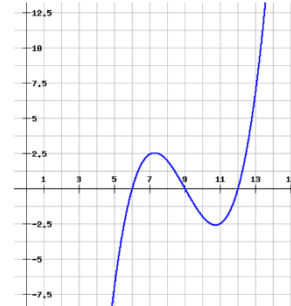
ג. בנקודה  $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$ .

ד. ב- $x=0$ .

**תשובות סופיות:**

(1) א.  $x = -1.202\text{m}$       ב.  $x = 6.81\text{m}$

(2) א.



ב. מתחיל בתאוצה בכיוון החיובי עד  $x = 9\text{m}$  ואז מתחיל להאט עד  $x = 11\text{m}$   
 שם עוצר רגעית ומסתובב חזרה. כך חוזר עד אינסוף.

ג. 2 מטר לשנייה.

ד.  $x = 6\text{m}$  לא יציבה,  $x = 9\text{m}$  יציבה,  $x = 12\text{m}$  לא יציבה.

(3) א'.

## הספק ונצילות

### רקע

$$P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$$

הספק ממוצע:

$W$  - העבודה

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

הספק רגעי:

$F$  - הכוח ו- $v$  היא מהירות הגוף

### שאלות

#### (1) כמה עולה להפעיל מזגן

כמה עולה להפעיל מזגן שההספק שלו 1 כוח סוס למשך שעה אחת?  
יש לבדוק את תעריף חברת החשמל.

**פירוט החיובים / הדיכויים**

**חשבון דו-חודשי**

מספר חשבון חוזה: XXXXXXXXXX

חשבון לתקופה מ- 13/01/2020 עד 15/03/2020

גבאי מני

| חיוב בגין צריכה מחח"י (לא כולל מע"מ)                                                                  |                    |                      |                        |               |                |                |                 |                          |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|----------------------|------------------------|---------------|----------------|----------------|-----------------|--------------------------|-----------|
| קריאות מונה מספר <span style="background-color: black; color: black;">XXXXXXXXXX</span> גורם הכפלה: 1 |                    |                      |                        |               |                |                |                 |                          |           |
| תעריף                                                                                                 | סוג קריאה<br>נכחית | תאריך קריאה<br>קודמת | תאריך קריאה<br>חדש/יום | ימים<br>לחיוב | קריאה<br>נכחית | קריאה<br>קודמת | צריכה<br>בקוט"ש | מחיר<br>לקוט"ש<br>באגרות | סה"כ בש"ח |
| ביתי                                                                                                  | רגילה              | 15/03                | 12/01                  | 63            | 47387          | 46267          | 1120            | 44.84                    | 502.21    |
|                                                                                                       |                    |                      |                        |               |                |                | 1120            |                          | 502.21    |
|                                                                                                       |                    |                      |                        |               |                |                | 1120            |                          | 502.21    |
|                                                                                                       |                    |                      |                        |               |                |                | 1120            |                          | 502.21    |

סה"כ בגין צריכה

#### (2) מכונית מאיצה מ-0 ל-100

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה ומגיעה למהירות של 100 קמ"ש ב-10 שניות.  
מסת המכונית היא 1 טון. הניחו כי אין חיכוך עם האוויר.

א. מהי העבודה שהתבצעה על המכונית?

ב. מהו ההספק של המנוע בהנחה שהוא קבוע ומנוצל במלואו (הנחה לא נכונה)?

#### (3) אופנוע נוסע במהירות קבועה כנגד התנגדות אוויר

אופנוע נוסע במהירות קבועה של 100 קמ"ש.

כנגדו פועל כוח ההתנגדות מהאוויר של 300 ניוטון.

מהו ההספק של המנוע, אם נניח שההספק מנוצל במלואו?

#### (4) נצילות של 40 אחוז בדוגמה של המכונית המאיצה

בדוגמה "מכונית מאיצה מ-0 ל-100" מה ההספק של המנוע אם הנצילות שלו היא 40%?

**(5) הספק ממוצע לשנות מהירות**

איזה כוח קבוע יש להפעיל על מכונית בעלת מסה של 2 טון,

כדי לשנות את מהירותה מ-  $9 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$  ל-  $27 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$  בתוך 4 sec ?

מהו ההספק הממוצע של כוח זה?

**(6) רכבת צעצוע חשמלית**

רכבת צעצוע חשמלית מורכבת מ-10 קרונות.

הקרון הראשון והשני מכילים מנוע חשמלי ושוקלים 2 ק"ג כל אחד.

שאר הקרונות עמוסים בצעצועים ושוקלים 3 ק"ג כל אחד.

כל אחד מן המנועים מייצר הספק קבוע של 0.2KW.

א. כמה זמן ייקח לרכבת להגיע למהירות של 10 מטר לשנייה אם התחילה לנוע ממנוחה?

ב. מהי האנרגיה הקינטית של הקרון הראשון ומהי האנרגיה הקינטית של הקרון השני, כאשר הרכבת נעה במהירות שחישבת בסעיף א'?

ג. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון הראשון לשני על הקרון השני בזמן ההאצה.

ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון השני לשלישי על הקרון השלישי בזמן ההאצה.

ה. הרכבת מגיעה לעלייה עם שיפוע של 2 מעלות, מה צריך להיות הספק המנועים (בהנחה שהם שווים) על מנת שהרכבת תישאר במהירות קבועה של 10 מטר לשנייה?

**(7) הספק כאשר נתון מיקום כתלות בזמן**

כוח יחיד פועל על גוף שמסתו 4kg, הכוח פועל בכיוון התנועה

והמיקום כתלות בזמן של הגוף הוא:  $x(t) = 2 + 3t + t^2$  ביחידות m.k.s.

א. מהי העבודה שמבצע הכוח במשך 3 השניות הראשונות של התנועה?

ב. מהו ההספק של הכוח ב-  $t = 2 \text{ sec}$  ?

## תשובות סופיות

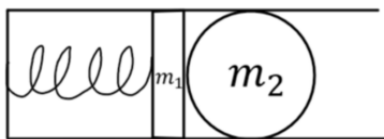
- (1) 45 אגורות.
- (2) א.  $\Delta E_k \approx 385,800 \text{ J} = W_{\Sigma \vec{F}}$  ב.  $p = 51.7 \text{ HP}$
- (3)  $p = 11.18 \text{ HP}$
- (4) 135 כ"ס.
- (5)  $F = 2500 \text{ N}$ ,  $\bar{p} = 16.76 \text{ HP}$
- (6) א.  $\Delta t = 3.5 \text{ sec}$  ב.  $E_{k_1=100 \text{ J}} = E_{k_2}$  ג.  $W_{1 \rightarrow 2} = 600 \text{ J}$
- ד.  $W_{3 \rightarrow 2} = 1200 \text{ J}$  ה.  $p = 97.7 \text{ W}$
- (7) א.  $W = 144 \text{ J}$  ב.  $p(t=2) = 56 \text{ W}$

## תרגילים מסכמים:

### שאלות:

#### 1) קפיץ יורה כדור

הלוע של רובה צעצוע מורכב מקפיץ בעל קבוע  $k$  ובוכנה בעלת מסה  $m_1$ . בטעינה דוחפים כדור בעל מסה  $m_2$  ודורכים את הקפיץ.



הכיוון של הקפיץ הוא  $d$ .  
 ברגע הירי הקפיץ משוחרר ממנוחה.  
 א. באיזה רגע הכדור מנתק מגע מהבוכנה?  
 ב. מהי מהירות הכדור ברגע הזה?

#### 2) כוח כפונקציה של מיקום, קפיץ וחיכוך\*

מסה  $m$  נמצאת על מישור אופקי לא חלק ומחוברת לקפיץ בעל קבוע  $k$ . החל מ- $t = 0$  פועל על המסה כוח התלוי במיקום:  $\vec{F}(x) = (30x^2 - 4x)\hat{x}$ . כל היחידות בשאלה הן יחידות סטנדרטיות.  
 ב- $t = 0$  המסה נמצאת בראשית עם מהירות התחלתית  $v_0$  והקפיץ רפוי.

נתונים:  $m = 2\text{kg}$ ,  $k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ,  $\mu_k = 0.3$ ,  $v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .

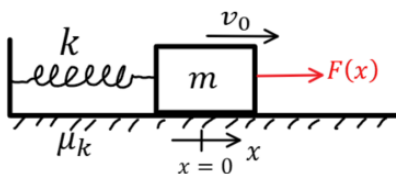
א. רשמו ביטוי לתאוצת המסה כתלות במיקום  $a(x)$ , הנח כי התנועה תמיד

בכיוון החיובי.

ב. מצאו את המיקום בו התאוצה של המסה מתאפסת.

ג. מהי העבודה שביצע הכוח מתחילת התנועה ועד אשר  $x = 0.5\text{m}$ ?

ד. מהי המהירות של המסה כאשר מיקומה  $x = 0.5\text{m}$ ?



**(3) כוח כפונקציה של זמן במישור משופע\***

מסה  $m = 5\text{ kg}$  נמצאת על מישור משופע לא חלק.

על המסה פועל כוח התלוי בזמן  $F(t)$  שדוחף אותה במעלה המישור.

מהירות המסה ידועה והיא נתונה לפי הפונקציה:  $v(t) = 3t^2 + 2t$ .

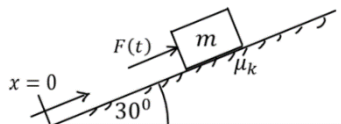
מקדם החיכוך הוא:  $\mu_k = 0.2$  ונתון כי:  $x(t=0) = 0$ .

כל היחידות הן יחידות סטנדרטיות.

זווית המישור היא  $30^\circ$  מעלות.

א. (1) היכן נמצא הגוף ב-  $t = 2\text{ sec}$ ?

(2) מהו גודל הכוח  $F$  ברגע זה?



ב. מהו מיקום הגוף כאשר תאוצתו היא:  $8 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ?

ג. מהי האנרגיה הקינטית של הגוף ברגע של סעיף ב'?

ד. מהי עבודת הכוח  $F$  מרגע  $t = 0\text{ sec}$  ועד ל-  $t = 3\text{ sec}$ ?

**(4) קופסה מחליקה על מקטעים ישרים\***

קופסה משוחררת ממנוחה ומתחילה להחליק לאורך מסלול שאינו ידוע,

אך מורכב מקטעים ישרים בלבד.

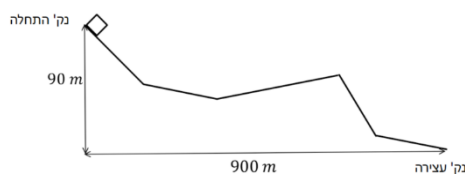
בין הקופסה למשטח עליו היא מחליקה קיים

חיכוך והקופסה נעצרת בנקודה

המרוחקת  $900\text{ m}$  אופקית ו-  $90\text{ m}$  מתחת

לנקודה בה התחילה.

חשבו את מקדם החיכוך, לא חסרים נתונים.

**(5) שרשרת על גלגלת**

שרשרת בעלת מסה  $M$  ואורך  $L$  מונחת על גלגלת

אידאלית התלויה מהתקרה.

השרשרת מונחת כך שרבע מהשרשרת בצד אחד של

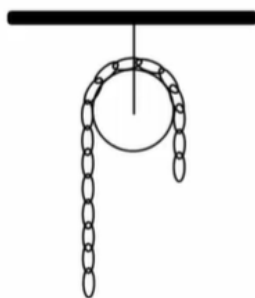
הגלגלת ושאר השרשרת בצד השני.

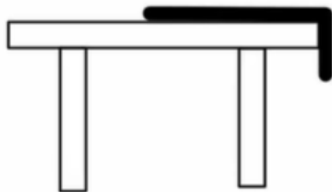
הנח שהחלק על הגלגלת עצמה זניח.

המערכת משוחררת ממנוחה.

מצאו את מהירות השרשרת ברגע שהקצה האחרון

שלה עובר את הגלגלת.



**(6) חבל מחליק משולחן אנרגיה ומשוואת תנועה\***

חבל באורך  $L$  ומסה  $M$  מונח על שולחן חסר חיכוך כך שהקצה של החבל באורך  $d$  נשמט מחוץ לשולחן. החבל מוחזק ומשוחרר ממנוחה.

א. רשמו את האנרגיה הקינטית והאנרגיה הפוטנציאלית במהלך החלקת החבל.

ב. השתמשו בשימור אנרגיה ומצאו את משוואת התנועה של החבל.

ג. השתמשו במשוואת התנועה ומצאו את מהירות החלקת כל החבל מהשולחן למטה.

**(7) חישוב עבודה של כוח במסלול מעגלי ואלפטי**

$$\vec{F} = a(2x + 4y)x + b(4x - 2y)y$$

א. מצא תנאי על  $a$  ו- $b$  כך שהכוח יהיה משמר.

ב. מצא את העבודה שעושה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך מעגל

המתואר ע"י:  $\vec{r} = R \cos \theta x + R \sin \theta y$  כאשר הגוף מתחיל את תנועתו מהנקודה  $(R, 0)$ .

ג. מצא את העבודה שעושה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך אליפסה

המתוארת ע"י:  $\vec{r} = d \cos \theta x + k \sin \theta y$  כאשר הגוף מתחיל את תנועתו מהנקודה  $(d, 0)$ .

**(8) חוט מושך שתי מסות מחוברות בחוט\*\***

חוט חסר מסה באורך  $2L$  מחבר שתי מסות הנעות במישור אופקי ללא חיכוך.

כוח אופקי קבוע ונתון מושך את החוט במרכזו, בכיוון מאונך לחוט.

הנח שהמסות מתנגשות ונדבקות בהתנגשות. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד בהתנגשות?

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. בנקודת הרפיון של הקפיץ.} \quad \text{ב. } V = \sqrt{\frac{kd^2}{m_1 + m_2}}$$

$$(2) \quad \text{א. } a_{(x)} = 15x^2 - 7x - 3 \quad \text{ב. } x = 0.738\text{m} \quad \text{ג. } W = 0.75\text{J}$$

$$\text{ד. } V = 4.64 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(3) \quad \text{א. (1) } x = 12 \quad \text{(2) } F = 103.7\text{N} \quad \text{ב. } x = 2\text{m} \quad \text{ג. } E_k = 62.5\text{J}$$

$$\text{ד. } W = 3935\text{J}$$

$$(4) \quad 0.1$$

$$(5) \quad V = \sqrt{\frac{3gL}{8}}$$

$$(6) \quad \text{א. } E = \frac{1}{2}MV^2 - \frac{M}{2}g\frac{y^2}{2} \quad \text{ב. } \frac{gy}{L}$$

$$\text{ג. } V(y=L) = \sqrt{\frac{g}{L}(L^2 - d^2)}$$

$$(7) \quad \text{א. } \vec{\nabla} \times \vec{F} = 0 \Rightarrow a = b \quad \text{ב. } W = R^2(0 - 4a\pi + 4b\pi) \quad \text{ג. } W = k \cdot d(0 - 4a\pi + 4b\pi)$$

$$(8) \quad \Delta E = F \cdot l$$

## תרגילים מסכמים כולל תנועה מעגלית:

### שאלות:

#### (1) תנאי להשלים סיבוב עם החיכוך במישור משופע

גוף בעל מסה  $m$  מחליק על גבי מסילה המתוארת באיור.

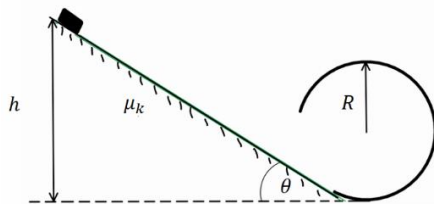
מקדם החיכוך בין הגוף למישור המשופע הוא  $\mu_k$ .

זווית המישור היא  $\theta$ .

החלק המעגלי חסר חיכוך.

מצא את  $h$  הנמוך ביותר עבורו הגוף ישלים

סיבוב בחלק העגול.



#### (2) שני חרוזים על טבעת מתרוממת\*

טבעת בעלת רדיוס  $R$  ומסה  $M$  תלויה מהתקרה

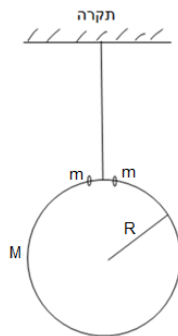
באמצעות חוט. מניחים בקצה העליון של הטבעת שני

חרוזים בעלי מסה  $m$  זהה.

החרוזים מתחילים ליפול ממנוחה לשני צדי הטבעת.

מצא את היחס בין המסות הדרוש על מנת שהטבעת

תתרומם במהלך נפילת הכדורים.



#### (3) מסה מסתובבת על שולחן ונמשכת למרכז\*

מסה  $m$  נעה על שולחן חסר חיכוך בתנועה מעגלית ברדיוס  $R$  ובמהירות  $v_0$ .

חוט קשור אל המסה הולך למרכז השולחן ועובר דרך גלגלת אידיאלית וחור בשולחן.

מושכים את החוט כך שהמסה מתקרבת למרכז.

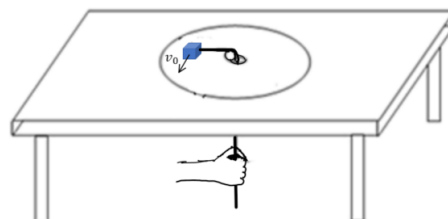
א. מהי המהירות הזוויתית כתלות ב- $r$  (המרחק ממרכז הסיבוב).

השתמשו בשיקולי כוחות בלבד. רמז: אין כוחות בציר  $\hat{\theta}$ .

ב. הוכיחו שהעבודה שהושקעה במשיכת החוט עד לרדיוס  $R_2$  כלשהו הקטן

מ- $R$  זהה לשינוי באנרגיה הקינטית של המסה.

בסעיף זה ניתן להניח שהמהירות הרדיאלית קבועה.



## תשובות סופיות:

$$h_{\min} = \frac{2.5R}{1 - \frac{\mu_k}{\tan \theta}} \quad (1)$$

$$\frac{m}{M} \geq \frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\omega(r) = \frac{v_0 R}{r^2} \text{ א.} \quad (3) \quad \text{ב. הוכחה.}$$

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

פרק 12 - מתקף ותנע -

תוכן העניינים

|                                           |     |
|-------------------------------------------|-----|
| 1. מהו תנע והחוק השני של ניוטון (ללא ספר) | 172 |
| 2. מתקף                                   | 173 |
| 3. חוק שימור תנע וכוחות חיצוניים          | 174 |
| 4. סוגי התנגשויות                         | 175 |
| 5. שימור תנע בהתנגשויות קצרות             | 176 |
| 6. סיכום ומקדם תקומה                      | 177 |
| 7. התנגשויות קצרות ללא שימור תנע          | 178 |
| 8. תרגילים מסכמים                         |     |

## מתקף:

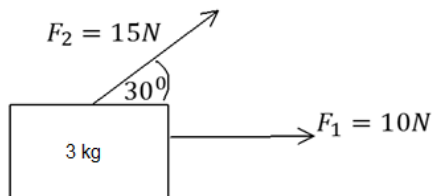
### שאלות:



#### (1) דוגמה לחישוב מתקף

שחקן בועט בכדור בעל מסה 2 ק"ג בכוח קבוע של 50 ניוטון. זמן המגע בין הכדור לשחקן הוא 0.2 שניות. מהי מהירות הכדור לאחר הבעיטה?

#### (2) דוגמה 2- שני כוחות על גוף



נתון גוף בעל מסה של 3 קילוגרם. על הגוף פועלים הכוחות כמתואר בציור במשך זמן של 0.5 שניות.

- מצא את המתקף שמפעיל כל כוח.
- מצא את המתקף השקול הפועל על הגוף.

ג. מצא את מהירות הגוף לאחר פעולת הכוחות אם התחיל ממנוחה.

#### (3) מתקף של כוח ממוצע דוגמה

כדור בעל מסה של 1 ק"ג נזרק לעבר קיר במהירות של 2 מטר לשנייה. הכדור פוגע בקיר וחוזר באותה המהירות.

- חשב את המתקף שפעל על הכדור.
- מי מפעיל את המתקף הנ"ל?

ג. חשב את הכוח הנורמאלי הממוצע שמפעיל הקיר אם זמן הפגיעה הוא 0.2 שניות.

### תשובות סופיות:

$$V_f = \frac{5m}{sec} \quad (1)$$

$$\vec{J}_1 = 5N \cdot sec \hat{x}, |\vec{J}_2| = 7.5N \cdot sec \quad (2)$$

$$V_x = \frac{11.5}{3} \frac{m}{sec}, V_y = \frac{3.75}{3} \frac{m}{sec} \quad ג.$$

$$\vec{J} = \Delta \vec{P} = -4N \cdot sec \hat{x} \quad (3)$$

$$\vec{N} = -20N \hat{x} \quad ג. \quad ב. \quad \text{הכוח הנורמלי.}$$

## חוק שימור תנע וכוחות חיצוניים:

### שאלות:

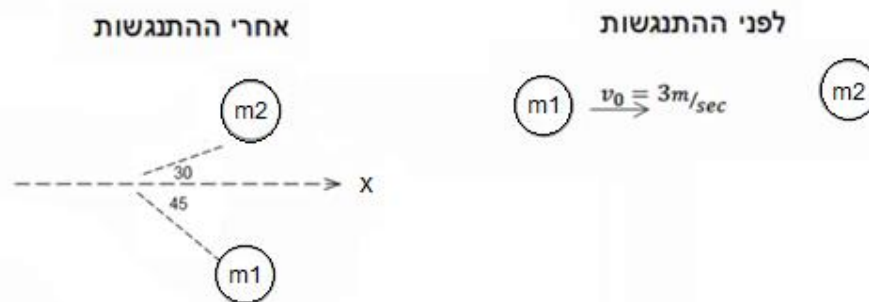
#### (1) דוגמה לשימור תנע

כדור בעל מסה  $m_1$  ומהירות  $V_0$ , פוגע בכדור שני בעל מסה  $m_2$ . לאחר ההתנגשות, כדור 2 עף בזווית של 30 מעלות עם ציר ה- $x$  וכדור 1 עף בזווית של 45 מעלות מתחת לציר ה- $x$ .

נתון:  $m_1 = 3\text{kg}$ ,  $m_2 = 2\text{kg}$ ,  $V_0 = 3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .

א. מצא את גודל מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

ב. מצא את המתקף שפעל על כל גוף.



### תשובות סופיות:

(1) א.  $V_1 = 1.55\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $V_2 = 3.29\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב.  $\vec{J}_1 = -5.71\text{N} \cdot \text{sec} \hat{x} - 3.29\text{N} \cdot \text{sec} \hat{y}$ ,  $\vec{J}_2 = -\vec{J}_1$

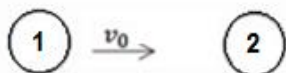
## סוגי התנגשויות:

### שאלות:

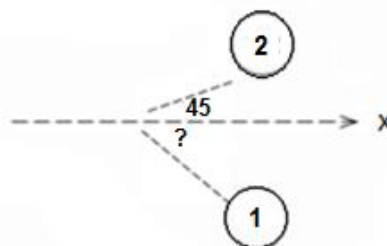
#### (1) פיזור

כדור מספר 1 בעל מסה  $m$  ומהירות  $V_0$  מתנגש אלסטית בכדור מספר 2 בעל מסה  $3m$  הנמצא במנוחה. הזווית של כדור מספר 2 עם ציר ה- $x$  היא  $45^\circ$ . מצא את הזווית של כדור מספר 1 לאחר ההתנגשות.

לפני ההתנגשות



אחרי ההתנגשות



### תשובות סופיות:

(1)  $\theta = 71.56^\circ$

## שימור תנע בהתנגשויות קצרות:

### שאלות:

#### (1) זיקוק מתפוצץ

זיקוק נורה לאוויר בכיוון אנכי לקרקע.  
ברגע שהזיקוק מגיע לשיא הגובה הוא מתפוצץ לשלושה חלקים שווים בגודלם.  
משך זמן הפיצוץ הוא:  $0.5\text{sec}$ .  
מהירות החלק הראשון לאחר הפיצוץ היא:  $50 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  ומהירות החלק השני

היא:  $20 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x} - 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{y} + 50 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{z}$ .  
מהי מהירות החלק השלישי?

### תשובות סופיות:

$$\vec{u}_3 = 70\hat{x} - 25\hat{y} + 50\hat{z} \quad (1)$$

## תנע, סיכום:

### שאלות:

#### (1) דוגמה עם מקדם תקומה

גוף בעל מסה  $m$  נע במהירות  $V$  על משטח אופקי חלק ומתנגש בגוף בעל מסה  $3m$  הנמצא במנוחה. נתון כי ההתנגשות חד ממדית ומקדם התקומה הוא  $0.8$ . מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

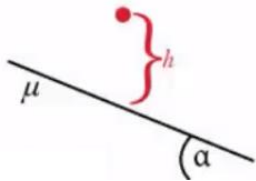
### תשובות סופיות:

$$u_2 = 0.45V, u_1 = -0.35V \quad (1)$$

## התנגשויות קצרות ללא שימור תנע:

### שאלות:

#### (1) התנגשות קצרה במדרון



כדור בעל מסה  $m$  נופל אל מדרון לפי המתואר בשרטוט. נתון כי הכדור אינו מתרומם חזרה מעל המדרון לאחר הפגיעה. מצא את מהירות הכדור רגע לאחר הפגיעה.

#### (2) טנק וחיכוך קינטי



טנק בעל מסה  $M$  יורה פגז בעל מסה  $m$  בזווית  $\alpha$  מעל האופק במהירות  $V$ . הטנק מוצב על מישור בעל מקדם חיכוך קינטי נתון. מה תהיה מהירותו של הטנק רגע לאחר הירייה?

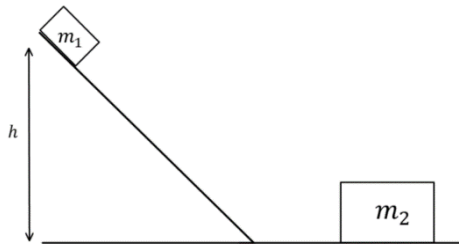
### תשובות סופיות:

$$u_p = \frac{m\sqrt{2gh} \sin \theta - \mu m\sqrt{2gh} \cos \theta}{m} \quad (1)$$

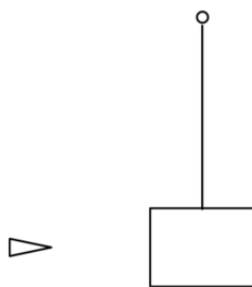
$$u = \frac{mv \cos \alpha - \mu mv \sin \alpha}{M} \quad (2)$$

## תרגילים מסכמים:

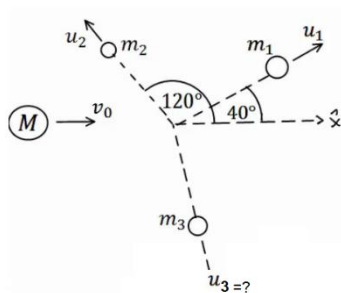
### שאלות:



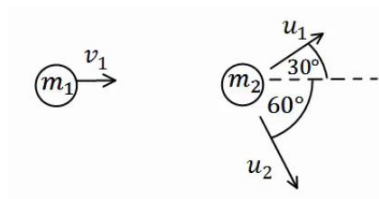
- (1) גוף יורד במדרון מתנגש ועולה חזרה  
 גוף בעל מסה  $m_1 = 2\text{kg}$  משוחרר ממנוחה על מדרון משופע בגובה  $h = 1\text{m}$ .  
 בתחתית המדרון מונח גוף בעל מסה  $m_2 = 5\text{kg}$ .  
 הוגף הראשון פוגע בגוף השני בהגיעו למישור האופקי והגופים מתנגשים התנגשות אלסטית, עד לאיזה גובה יגיע הגוף הראשון בחזרה במעלה המדרון? אין חיכוך בין הגופים למשטחים.



- (2) קליע חודר מטוטלת בליסטית  
 בול עץ בעל מסה  $2\text{kg}$  קשור לחוט ותלוי אנכית במנוחה.  
 קליע בעל מסה  $5\text{gr}$  נע במהירות  $v_1 = 450 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  פוגע בבול העץ, חודר אותו, ויוצא מצידו השני במהירות  $u_1 = 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .  
 לאיזה גובה מקסימאלי יגיע בול העץ?



- (3) פצצה  
 פצצה בעלת מסה  $M = 13\text{kg}$  נעה באוויר במהירות קבועה  $v_0 = 100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ . ברגע מסוים, הפצצה מתפוצצת לשלושה חלקים קטנים יותר.  
 מסת החלק הראשון היא:  $m_1 = 4\text{kg}$  והוא נע במהירות  $v_1 = 80 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  בזווית של  $40^\circ$  ביחס לכיוון המקורי.  
 מסת החלק השני היא:  $m_2 = 2\text{kg}$  והוא נע במהירות  $v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  בזווית של  $120^\circ$  ביחס לכיוון המקורי.  
 מסת החלק השלישי היא:  $7\text{kg}$ . מצא את מהירות החלק השלישי.

**(4) איבוד אנרגיה**

כדור בעל מסה  $m_1 = 2\text{kg}$  ומהירות  $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

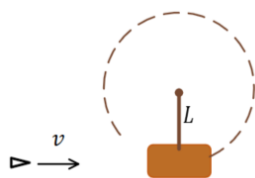
מתנגש בכדור בעל מסה  $m_2 = 3\text{kg}$  הנמצא במנוחה.

לאחר ההתנגשות הכדור הראשון נע בכיוון  $30^\circ$

מעל לכיוון הפגיעה, והכדור השני נע בזווית  $60^\circ$  מתחת לכיוון הפגיעה (ראה איור).

א. מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

ב. האם ההתנגשות אלסטית? אם לא - כמה אנרגיה נאבדה בהתנגשות?

**(5) קליע חודר בול עץ וגורם לסיבוב אנכי (כולל תנועה מעגלית)**

בול עץ בעל מסה  $M$  תלוי אנכית באמצעות מוט קשיח

חסר מסה באורך  $L$ . המוט ביחד עם בול העץ יכולים

להסתובב במעגל אנכי (ראה איור).

יורים קליע בעל מסה  $m$  במהירות אופקית  $v$  לעבר בול העץ.

הקליע חודר את הבול ויוצא מצידו השני במהירות  $v_f$ .

יחד עם הקליע יוצאת גם חתיכה מהעץ (במהירות הקליע) ובמסה של 5 אחוז

ממסת בול העץ.

מהי המהירות המינימלית של הכדור עבורה בול העץ יוכל להשלים סיבוב אנכי

(שימו לב שהמוט קשיח)?

**(6) אדם יורד מכדור פורח**

אדם נמצא בכדור פורח בגובה קבוע באוויר.

משקלו של האדם הוא  $70 \text{ ק"ג}$  ומסתו של הכדור פורח

(ללא האדם) היא  $280 \text{ ק"ג}$  (כולל הסל וכל אביזר אחר בכדור).

האדם משלשל חבל מהסל של הכדור פורח ומתחיל לרדת

באמצעות החבל כלפי מטה.

א. אם מהירותו של האדם בזמן הירידה בחבל היא  $3 \text{ מטר}$

לשנייה כלפי מטה וביחס לקרקע, מהי המהירות של

הכדור פורח (גודל וכיוון)?

ב. מהי מהירות הכדור פורח אם האדם נעצר לפתע באמצע

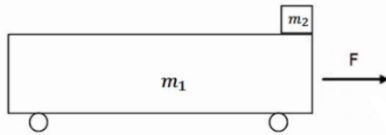
(לפני שהוא מגיע לקרקע)?

**(7) מסה על קרונית ואיבוד אנרגיה**

נתון כוח  $F$  קבוע המושך עגלה בעלת מסה  $m_1$  ללא חיכוך.

מעל העגלה נמצאת מסה  $m_2$  ובין המסות יש חיכוך.

נתון:  $\mu_s, \mu_k, F, m_1, m_2$ .



א. מה הכוח  $F$  המקסימאלי עבורו המסה העליונה תחליק ביחס לתחתונה?

נניח כי הכוח  $F$  גדול מזה שחישבת בסעיף א'.

נניח גם כי הכוח הפועל במשך זמן  $T$  נתון והמסה העליונה אינה נופלת מהתחתונה.

ב. מה הכוח  $F$  המקסימאלי?

ג. מהי תאוצת הגופים, מהירותם ומיקומם כפונקציה של הזמן עד לזמן  $T$ ?

ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד בזמן הזה?

ה. מצא את מהירותם הסופית של הגופים (ב- $t > T$ ) בהנחה שהמסה העליונה עדיין לא נופלת.

**(8) מסה על שני קרונות**

נתונים שני קרונות על משטח חלק.

הקרון הימני במנוחה והקרון השמאלי נע לעברו במהירות  $v$ .

על הקרון השמאלי מונחת מסה הנעה יחד עד הקרון.

מקדם החיכוך בין המסה לקרון הימני נתונה.

בין המסה לקרון השמאלי אין חיכוך.

בזמן  $t = 0$  הקרון השמאלי פוגע בקרון הימני

ונצמד אליו (אך הוא יכול להיפרד ממנו לאחר מכן).

א. מתי תעבור המסה לקרון הימני?

ב. מה תהיה מהירותו הסופית של הקרון הימני?

ג. מהי תאוצת הקרון הימני? כמה זמן תאוצה זו נמשכת?

ד. האם סעיף ב' וג' תואמים בתשובותיהם?

**(9) מסות שומרות תנע ונדבקות לקיר**

המסה  $m$  מונחת על גבי הקרונית  $M$  (אך אינה מחוברת אליה).

שתי המסות נעות יחד במהירות  $v$  על גבי משטח

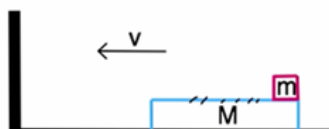
חלק לעבר קיר. התנגשות בקיר אלסטית.

מקדם החיכוך בין המסות הוא  $\mu$ .

א. מה תהיה מהירות המסה  $M$  לאחר זמן

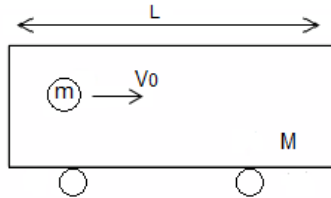
רב בהנחה שהיא גדולה מהמסה  $m$ .

ב. ענה על סעיף א' בהנחה שהמסה  $M$  קטנה מהמסה  $m$ .



**(10) כדור בקרונית**

כדור בעל מסה  $m$  ומהירות  $v_0$  נע בתוך קרונית בעלת מסה  $M = \alpha m$  ואורך  $L$ . הכדור מתנגש בדופן הימנית של הקרונית התנגשות אלסטית. (אין חיכוך בין הקרונית לרצפה).



א. מהי מהירות הגופים לאחר ההתנגשות?

בדוק עבור:  $\alpha = 0, 1, \infty$ .

ב. כמה זמן יעבור מהפגיעה הראשונה בדופן לפגיעה השנייה בדופן השמאלית?

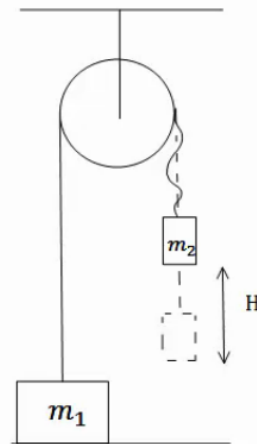
**(11) שתי מסות על גלגלת וחוט רפוי**

שתי מסות  $m_1, m_2$  תלויות על גלגלת אידיאלית חסרת חיכוך.

המסה  $m_1$  נמצאת על הקרקע במנוחה בעוד שהמסה  $m_2$  תלויה באוויר.

מרימים את מסה  $m_2$  גובה  $H$  נוסף כך שהחוט מתרופף ומשחררים אותה ממנוחה.

א. מצא את מהירות המסה  $m_2$  לפני שהיא מגיעה לנקודה בה החוט נמתח.



ב. כעת החוט נמתח. הנח שהחוט אינו אלסטי,

כלומר, האורך שלו קבוע ללא תלות בגודל

המתיחות שלו כל עוד קיימת בו מתיחות כלשהי

(והוא אינו רפוי כמו בסעיף א').

מצא את השינוי הכולל בתנע של שתי המשקולות

(בין הקטע מיד לפני שהחוט נמתח לבין הקטע

מיד אחרי שהחוט מתוח ושתי המסות זזות).

ג. מצא את המתקף שהפעילה התקרה על הגלגלת

בזמן מתיחות החוט.

ד. לאיזה גובה תעלה  $m_1$  בהנחה ש-  $m_1 > m_2$  ו-  $m_2$

אינה פוגעת ברצפה.

ה. מהו המתקף שמפעילה התקרה על הגלגלת מהרגע  $t = 0$

ועד לרגע בו  $m_1$  הגיעה לשיא הגובה?

**(12) מסה מתנגשת במשאית ונופלת**

מסה  $m$  מונחת על עגלה חסרת חיכוך בעלת אורך  $L$

ומסה  $5m$ . המסה נוסעת במהירות  $v$  לכיוון שמאל

והעגלה נייחת.

נתון כי ההתנגשות בין המסה לבין העגלה היא

התנגשות אלסטית.

לאחר כמה זמן מרגע ההתנגשות תיפול המסה מהעגלה?

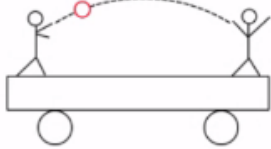


**(13) רתע בתוך עגלה**

בתוך עגלה ללא חיכוך עומדים שני חברים המקובעים לרצפת הקרון.

מסת האנשים והקרון  $M$  ואורך הקרון  $L$ .

האדם זורק כדור בעל מסה  $m$  במהירות  $v$  אל עבר חברו.



א. מה תהיה מהירות העגלה והאנשים שעליה לאחר זריקת הכדור?

ב. מה תהיה מהירות העגלה לאחר שהחבר יתפוס את הכדור?

ג. כמה זמן הכדור ישהה באוויר?

ד. מהו המרחק אותו עברה העגלה במהלך זמן זה?

ה. תאר מה יקרה אם החבר ימסור חזרה את הכדור לחברו.

**(14) אדם הולך על עגלה (מכיל תנועה יחסית)**

אדם בעל מסה  $M$  עומד על עגלה בעלת מסה  $m$ .

האדם מתחיל ללכת במהירות  $v_R$  ביחס לעגלה.

מצא את מהירות האדם והעגלה ביחס לקרקע אם אין חיכוך בין העגלה לרצפה.

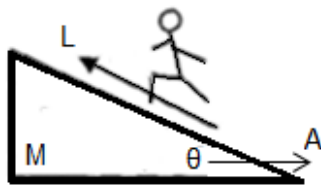
**(15) אדם על רמפה (מכיל תנועה יחסית)\***

אדם שמסתו  $m$  רץ במעלה רמפה משופעת בזווית  $\theta$ .

מסת הרמפה היא  $M$ , והיא מונחת על מישור חלק.

האדם מתחיל ממנוחה והזמן הדרוש לו בכדי לעבור

דרך שאורכה  $L$  על פני הרמפה הוא  $T$ .



א. מהי תאוצת האדם ביחס לרמפה?

ב. עקב הריצה נהדפת הרמפה ימינה, בתאוצה לא ידועה  $A$  יחסית לקרקע.

בטאו את רכיבי התאוצה של האדם יחסית לקרקע בעזרת התאוצה  $A$ .

ג. כמה זזה הרמפה ימינה בזמן  $T$ ?

**(16) כדור עולה על מדרון משולש**

מדרון משולש בעל גובה  $h = 3m$  חופשי לנוע

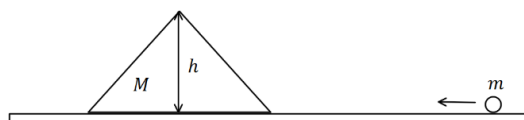
מעל משטח אופקי חלק (ללא חיכוך).

מסת המדרון היא:  $M = 15kg$ .

מגלגלים כדור בעל מסה  $m = 5kg$

על המשטח לכיוון המדרון.

התייחס לכדור כאל גוף נקודתי.



א. מה צריכה להיות המהירות שבה מגלגלים את הכדור כך שהוא יעצור

(ביחס למדרון) בדיוק לפני שהוא עובר את שיא הגובה של המדרון?

ב. מהי המהירות המדרון ברגע שהכדור מגיע לשיא הגובה?

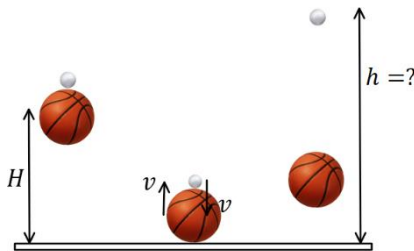
ג. מהי המהירות הסופית של המדרון והכדור?

**(17) מסה מחליקה בין שני טריזים**

גוף בעל מסה  $m$  מחליק על שני טריזים זהים בעלי מסה  $M$  כל אחד. המעבר מהטריז למשטח האופקי הוא חלק, המשטחים חסרי חיכוך וחופשיים לנוע על השולחן (ראו סרטוט). לאיזה גובה מקסימאלי יטפס הגוף על הטריז השני אם גובהו ההתחלתי הוא  $h$ ?

**(18) כדור גולף על כדורסל**

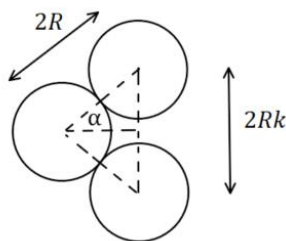
כדור גולף וכדור כדורסל מוחזקים במנוחה אחד מעל השני בגובה  $H = 1.5\text{m}$ . משחררים אותם ליפול ממנוחה. מה יהיה הגובה המרבי אליו יגיע כדור הגולף אם נניח שכל ההתנגשויות אלסטיות ומצחיות. מסת כדור הגולף היא:  $m = 46\text{gr}$  ומסת הכדורסל היא:  $M = 624\text{gr}$ .

**(19) התנגשויות אלסטיות זהה בכל המערכות**

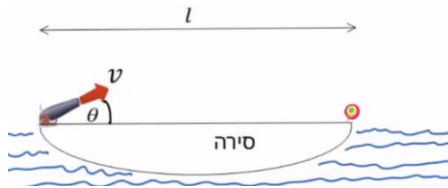
במערכת אינרציאלית מסוימת האנרגיה הקינטית של שני גופים  $m_1$  ו-  $m_2$  היא  $E_k$ . מצאו את האנרגיה הקינטית של הגופים במערכת אינרציאלית אחרת הנעה במהירות  $v_0$  ביחס למערכת המקורית. השתמשו בתוצאה שקיבלתם והראו כי אם במערכת מסוימת ההתנגשות היא אלסטית אז היא חייבת להיות אלסטית גם בכל מערכות הייחוס האינרציאליות האחרות.

**(20) דיסקה מתנגשת בשתי דיסקות זהות**

על מישור חלק נמצאות 3 דיסקות זהות בעלות מסה  $M$  ורדיוס  $R$  כל אחת. הדיסקה השמאלית באיור נעה במהירות  $v$  ומתנגשת התנגשות אלסטית בזמנית עם שתי הדיסקות האחרות כפי שמתואר באיור. המרחק בין הדיסקות שנמצאות במנוחה לפני ההתנגשות מתואר על ידי  $2Rk$  כאשר  $1 \leq k \leq 2$ .



- מהי גודלה של מהירות הדיסקה הפוגעת לאחר ההתנגשות כתלות בזווית  $\alpha$  שבאיור?
- עבור אילו ערכים של  $k$  הדיסקה תחזור אחורה/תיעצר במקום/תמשיך קדימה?


**(21) סירה יורה פגז על מטרה בקצה השני**

סירה באורך  $l$  נמצאת על מים שקטים, בקצה השמאלי של הסירה נמצא תותח צעצוע ובקצה הימני נמצאת מטרה. התותח יורה פגז צעצוע בזווית  $\theta$  ובמהירות  $v$  ביחס לקרקע.

מסת הפגז היא  $m$  ומסת הסירה היא  $M$ .

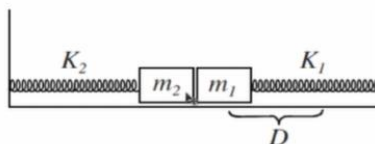
מצא את המהירות  $v$  הדרושה בשביל לפגוע בדיוק במטרה (הזנח את גובה התותח וגובה המטרה והנח כי התותח מחובר לסירה).

**(22) שרשרת מחליקה משולחן**


שרשרת בעלת אורך  $l$  ומסה  $m$  מחליקה ממנוחה משולחן כאשר חציה עדיין מונח על השולחן.

א. מה תהיה מהירות השרשרת ברגע הניתוק מהשולחן, בהנחה שאין חיכוך?

ב. ענה על סעיף א' בהנחה שמקדם חיכוך  $\mu$  קיים בין השרשרת לשולחן.

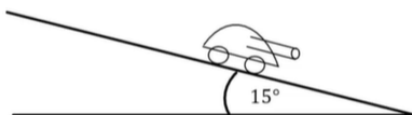
**(23) שתי מסות ושני קפיצים**


מסות מתחילות ממנוחה כבשרטוט.

המסה הימנית נמתחת מרחק  $D$  ימינה ומשוחררת. כשהיא פוגעת במסה השנייה היא נדבקת אליה ושתיהן ממשיכות יחד.

א. מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ השמאלי?

ב. מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ הימני כאשר שתי המסות חוזרות ימינה?

**(24) טנק יורה פגזים ועולה במדרון\*\***


טנק שמסתו  $800 \text{ ק"ג}$  (טנק קל מאוד) נמצא ברגע מסוים במנוחה על מדרון משופע בזווית של  $15^\circ$  מעלות. הטנק יורה שני פגזים במרווח של  $2$  שניות בין הירי הראשון לשני.

מסת כל פגז היא  $20 \text{ ק"ג}$  והוא נורה במהירות לוע של  $400 \text{ מטר לשנייה}$  במקביל ובמורד למדרון. הניחו שלטנק גלגלים והחיכוך בינו למדרון זניח. מה ההעתק המקסימלי שיעשה הטנק במעלה המדרון?

## תשובות סופיות:

$$0.18\text{m} \quad (1)$$

$$0.028\text{m} \quad (2)$$

$$u = 155 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (3)$$

$$Q = 8.27\text{J}, \text{ ב. לא אלסטית, } u_1 = 8.66 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_2 = 3.34 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (4)$$

$$v_{\min} = \left[ (m + 0.05M) v_f + 0.95M \cdot 2\sqrt{gL} \right] \cdot \frac{1}{m} \quad (5)$$

$$0.75 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ כלפי מעלה. ב. } 0 \quad (6)$$

$$F \leq \mu_s g (m_1 + m_2) \quad \text{ב. תאוצה: } a_1 = \frac{F}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} \mu_k g, a_2 = \mu_k g \quad (7)$$

$$\text{מהירות: } v_1(t) = a_1 t, v_2(t) = a_2 t, \text{ מיקום: } x_1(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2, x_2(t) = \frac{1}{2} a_2 t^2$$

$$u_f = \frac{F \cdot T}{m_1 + m_2} \quad \text{ג. } E = F \cdot \frac{1}{2} a_1 T^2 - \left( \frac{1}{2} m_2 v_2^2(T) + \frac{1}{2} m_1 v_1^2(T) \right)$$

$$\tilde{u} = \frac{v \left( m + \frac{M}{2} \right)}{M + m} \quad \text{ב. } t = \frac{2l}{v} \quad (8)$$

$$M \cdot v \cdot \left( m + \frac{M}{2} \right) = (m + M) \cdot M \cdot \frac{v}{2} + (m + M) \cdot mg \mu \cdot \tilde{t}, a = \frac{mg \mu}{M} \quad \text{ג. } \text{ד. כן.}$$

$$\tilde{u} = \frac{v(M - m)}{M + m} \quad \text{ב. } \tilde{u} = \frac{v(M - m)}{M + m} \quad \text{א. חיובי.} \quad (9)$$

$$u_1 = -v_0, u_2 = 0 : \alpha = \infty, u_1 = 0, u_2 = v_0 : \alpha = 1, u_1 = v_0, u_2 = 2v_0 : \alpha = 0 \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$t = \frac{L}{u_2 - u_1} \quad \text{ב.}$$

$$J_{\text{ceiling}} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH} \hat{y} \quad \text{ג. } \Delta P_{\text{Total}} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH} \quad \text{ב. } v_2 = \sqrt{2gH} \quad \text{א.} \quad (11)$$

$$J_{\text{Totalceiling}} = 0 + \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH} + \frac{m_1 (m_1 + m_2)}{m_1 - m_2} \sqrt{32gH} \quad \text{ה. } h = \frac{m_2}{m_1 - m_2} \sqrt{\frac{H}{2g}} \quad \text{ד.}$$

$$t = \frac{L}{v} \quad (12)$$

$$L = t \cdot (v - u) \quad \text{ג. } mv + Mu = (m + M) \cdot 0 \quad \text{ב. } 0 = mv + Mu \quad \text{א.} \quad (13)$$

$$x = u \cdot t \quad \text{ד. ה. ראה סרטון.}$$

$$u_2 = \frac{mv_R}{m + M}, u_1 = \frac{-Mv_R}{m + M} \quad (14)$$

$$x_{ramp}(T) = \frac{m}{m+M} L \cos \theta \quad \text{ג.}$$

$$a_{p_x} = \frac{2L}{T^2} \cos \theta - A \quad \text{ב.}$$

$$a'_p = \frac{2L}{T^2} \quad \text{א. (15)}$$

$$u_1' = 2\sqrt{5} \frac{m}{\text{sec}}, u_2' = -2\sqrt{5} \frac{m}{\text{sec}} \quad \text{ג.}$$

$$u = \sqrt{5} \frac{m}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$v_0 = 8.94 \frac{m}{\text{sec}} \quad \text{א. (16)}$$

$$h'_{\max} = \frac{M^2 h}{(M+m)^2} \quad \text{(17)}$$

$$h \approx 12.3m \quad \text{(18)}$$

$$E_k' = E_R - (m_1 v_1 + m_2 v_2) v_0 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_0^2 \quad \text{(19)}$$

$$u_1 = v \frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha} \quad \text{א. (20)}$$

$$\text{ב. קדימה: } \sqrt{2} < k \leq 2, \text{ במקום: } k = \sqrt{2}, \text{ אחורה: } 1 \leq k < \sqrt{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{gL}{1 + \frac{m}{M} \sin 2\theta}} \quad \text{(21)}$$

$$v = gl \left( \frac{3 - \mu}{4} \right) \quad \text{ב.}$$

$$v = \sqrt{\frac{3}{4}} gl \quad \text{א. (22)}$$

$$\text{(23) ראה סרטון.}$$

$$x(t=5.82) \approx 60m \quad \text{(24)}$$

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

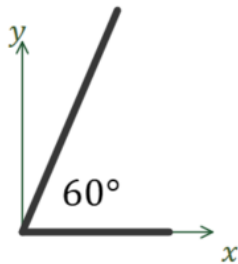
פרק 13 - מרכז מסה -

תוכן העניינים

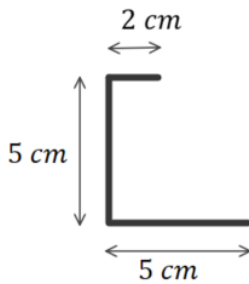
1. הסבר בסיסי על מרכז מסה.....187
2. דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור.....188

## הסבר בסיסי על מרכז מסה:

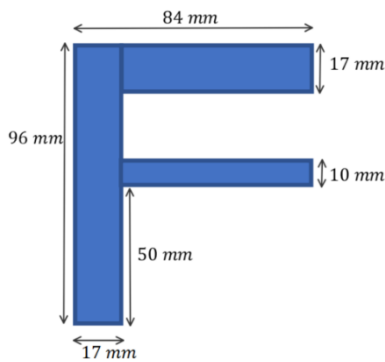
### שאלות:



- (1) **דוגמה - מרכז מסה של שני מוטות בזווית**  
 המערכת המתוארת באיור מורכבת משני מוטות בעלי צפיפות אחידה.  
 מוט ראשון באורך  $3c.m$  נמצא לאורך ציר ה- $x$  ומסתו  $2kg$ , מוט שני נמצא בזווית  $60^\circ$  עם ציר ה- $x$  החיובי ואורכו  $5c.m$  ומסתו  $3kg$ .  
 מצאו את מרכז המסה של המערכת (ביחס לראשית).



- (2) **דוגמה - מרכז מסה של האות נ**  
 המערכת המתוארת באיור מורכבת ממוט בעל צפיפות מסה אחידה המכופף בצורת האות "נ" בתמונת מראה. מצאו את מיקום מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה השמאלית התחתונה.



- (3) **דוגמה - מרכז מסה של F**  
 מרכיבים את האות F מלוחות בעלי צפיפות מסה אחידה ליחידת שטח.  
 המימדים של כל הלוחות נתונים באיור.  
 א. מצאו את מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה השמאלית התחתונה של האות.  
 ב. מהו מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה הימנית התחתונה של האות?

### תשובות סופיות:

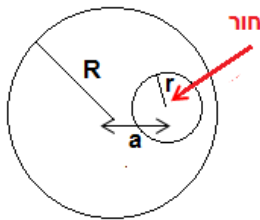
- (1)  $x_{c.m} = 1.35c.m$  ,  $y_{c.m} = 1.3c.m$   
 (2)  $x_{c.m} = 1.2c.m$  ,  $y_{c.m} = 1.875c.m$   
 (3) א.  $x_{c.m} = 31mm$  ,  $y_{c.m} = 62mm$  . ב.  $x_{c.m} = 14mm$  ,  $y_{c.m} = 62mm$

## דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור:

### שאלות:

#### (1) דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור

בדיסקה בעלת רדיוס  $R$  ומסה  $M$  קדחו חור עגול בעל רדיוס  $r$  במרחק  $a$  ממרכז הדיסקה. הנח כי צפיפות המסה אחידה בכל הדיסקה. מצא את מרכז המסה של הדיסקה עם החור.



### תשובות סופיות:

$$x_{c.m.} = \frac{-a(\rho\pi r^2)}{M - (\rho\pi r^2)} \quad (1)$$

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

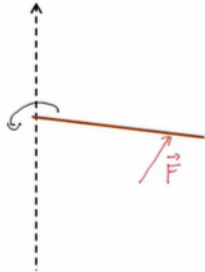
פרק 14 - מומנט כוח (סטטיקה)-

תוכן העניינים

|           |                                                               |
|-----------|---------------------------------------------------------------|
| 189       | 1. מומנט כוח - הסבר.....                                      |
| (ללא ספר) | 2. מכפלה וקטורית.....                                         |
| 190       | 3. תרגיל - מומנטים על משולש.....                              |
| (ללא ספר) | 4. פיתוח, מדוע מתייחסים לכוח הכובד כאילו פועל במרכז המסה..... |
| (ללא ספר) | 5. משוואת מומנטים.....                                        |
| 191       | 6. תרגיל - שני פועלים מחזירים מנשא.....                       |
| 192       | 7. תרגילים מסכמים.....                                        |

## מומנט כוח - הסבר:

### שאלות:

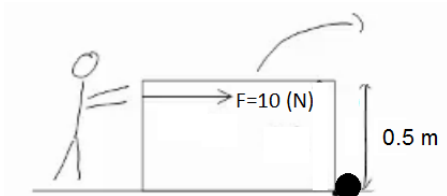


#### 1) דוגמה לחישוב מומנט (מוט)

נתון מוט אשר מקובע בקצהו ומסתובב נגד כיוון השעון.

מופעל כוח  $F$ .

חשב את מומנט הכוח.



#### 2) מרחק אפקטיבי דוגמה

אדם דוחף ארגז בגובה 0.5m ומפעיל כוח  $F$

(ראה תמונה).

לארגז אין חיכוך עם המשטח.

האדם דוחף את הארגז ללא כל בעיה עד

שנתקע באבן והארגז מתהפך

(מיקום האבן הופך לציר הסיבוב).

חשב את מומנט הכוח.

### תשובות סופיות:

$$\vec{\tau} = F_0 \times \hat{z} \quad (1)$$

$$|\vec{\tau}| = 10 \cdot 0.5m \quad (2)$$

## תרגיל - מומנטים על משולש:

### שאלות:

#### (1) מומנטים על משולש

המשולש בתמונה הוא משולש שווה צלעות עם אורך צלע נתונה  $a$ .

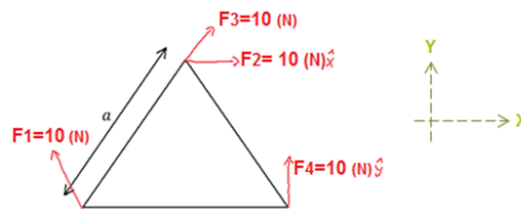
א. חשב את המומנטים של הכוחות בתמונה סביב הפינה השמאלית של המשולש.

ב. נתונה המסה של המשולש  $M$  ונתון גם כי מרכז המסה של המשולש

$$\text{נמצא בנק': } \left( \frac{1}{2}a, \frac{1}{2\sqrt{3}}a \right)$$

חשב את מומנט הכוח של כוח הכובד.

ג. חשב שוב את המומנטים סביב ציר העובר במרכז המסה של המשולש, הנח כי הזווית בין  $F_1$  לדופן המשולש היא  $60^\circ$  מעלות.



### תשובות סופיות:

$$\tau_g = -Mg \frac{1}{2}a \quad \text{ב.} \quad \tau_1 = 0!, \quad \vec{\tau}_2 = -5 \cdot \sqrt{3}a, \quad \vec{\tau}_3 = 0!, \quad \tau_4 = 10a \quad \text{א.} \quad (1)$$

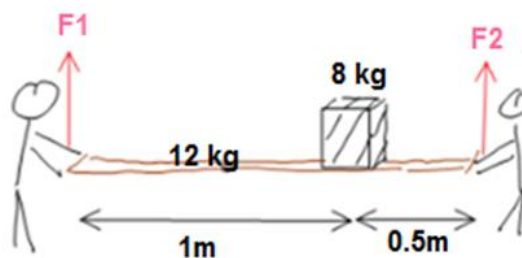
$$\tau_1 = \frac{-10a}{\sqrt{3}}, \quad \tau_2 = -10 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}a, \quad \tau_3 = -\frac{1}{\sqrt{3}}a \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ, \quad \tau_4 = 10 \cdot \frac{1}{2}a, \quad \tau_g = 0 \quad \text{ג.}$$

## תרגיל - שני פועלים מחזיקים מנשא:

### שאלות:

#### (1) שני פועלים מחזיקים מנשא

שני פועלים מחזיקים מנשא מעץ שמסתו 12kg ואורכו 1.5m. על המנשא, במרחק של 0.5m מהפועל הימני, מונח ארגז בעל מסה של 8kg. בהנחה כי המערכת במנוחה, מצאו את הכוח שמפעיל כל פועל (ראה איור).



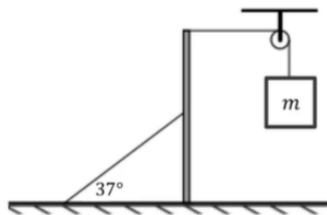
### תשובות סופיות:

$$F_2 = 113.333\text{N}, F_1 = 86.666\text{N} \quad (1)$$

## תרגילים מסכמים:

### שאלות:

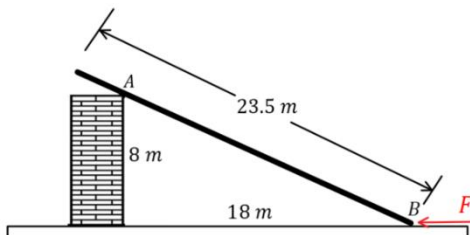
#### (1) מוט עומד מחובר לחוט ומשקולת



מוט אחיד מונח על משטח אופקי לא חלק, כמוראה בתרשים. המוט מחובר במרכזו לחוט אידיאלי שקצהו השני קשור למשטח ויוצר עימו זווית של  $37^\circ$ . הקצה העליון של המוט מחובר באמצעות חוט אופקי אידיאלי וגלגלת אל משקולת שמסתה  $m = 7\text{ kg}$ . המערכת נמצאת במנוחה.

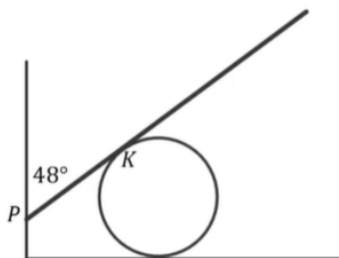
- מהי המתיחות בחוט המחבר אל המשטח?
- מהו כוח החיכוך שמפעיל המשטח האופקי על המוט?

#### (2) קורה על קיר אנכי



באיור לשאלה זו מתוארת קורה אחידה שאורכה הכולל הוא  $23.5\text{ m}$ . מסת הקורה היא  $140\text{ kg}$ . הקורה נשענת בנקודה A על קיר אנכי חלק שגובהו  $8\text{ m}$ . קצה הקורה מונח על הרצפה בנקודה B במרחק  $18\text{ m}$  מהקיר ובקצה הזה פועל כוח אופקי  $F$ , כמתואר באיור. מקדם החיכוך הסטטי שבין הקורה הרצפה הוא  $\mu_s = 0.3$ . מהו  $F$  המקסימלי הניתן להפעיל כך שהקורה תישאר במנוחה?

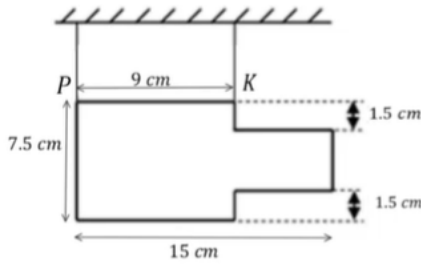
#### (3) מוט נשען על כדור



נתון מוט דק שאורכו  $L = 3.5\text{ m}$  ומסתו  $m = 7\text{ kg}$ . הנשען על כדור חסר חיכוך המודבק לרצפה כמתואר בשרטוט. נקודת המגע של המוט בכדור היא הנקודה K. בקצהו השמאלי נוגע המוט בקיר בעל חיכוך בנקודה P, הזווית שיוצר המוט יחסית לקיר היא  $48^\circ$ . מקדם החיכוך הסטטי שבין הקיר למוט הוא  $\mu_s = 0.15$ .

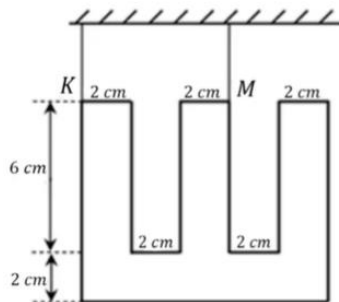
- מהו הכוח שמפעיל הכדור על המוט אם נתון שקצהו הימני של המוט נמצא על סף תנועה כלפי מטה?
- מהו המרחק בין הנקודות P ו-K במצב זה?

**(4) טבלה מעץ**



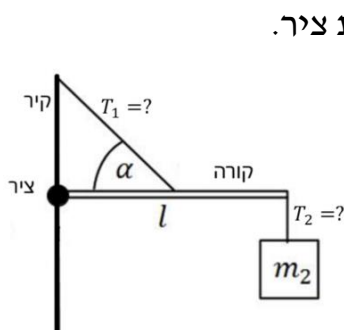
- טבלה העשויה עץ בעלת עובי אחיד שמסתה 400 גר' וצורתה כמתואר בתרשים, תלויה בשני חוטים בנקודות K ו-P.
- א. חשב את מרכז הכובד של הטבלה ביחס למערכת צירים שראשיתה ממוקמת בנקודה P.
- ב. מצא את המתיחות בשני החוטים.

**(5) שלט בצורת האות ש**



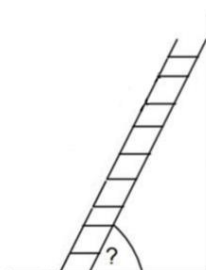
- שלט העשוי מחומר אחיד בצורת האות "ש" (כמשורטט), שמסתו 4 ק"ג, נתלה בשני חוטים בנקודות K ו-M.
- א. חשבו את מרכז המסה של השלט ביחס למערכת צירים שראשיתה ממוקמת בנקודה K.
- ב. מצאו את המתיחות בשני החוטים.

**(6) מסה תלויה על קורה שמחוברת לקיר**



- קורה בעלת מסה  $m_1$  ואורך  $l$  מחוברת לקיר באמצעות ציר. בקצה הקורה קשורה מסה  $m_2$  התלויה במנוחה. מאמצע הקורה יוצא חוט בזווית הקשור חזרה לקיר, הזווית שיוצר החוט עם הקורה היא  $\alpha$ .
- א. מהי המתיחות בחוטים?
- ב. מהו הכוח (גודל וכיוון) שמפעיל הציר?

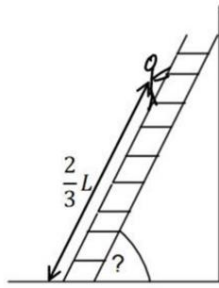
**(7) סולם נשען על קיר**



- סולם נשען על קיר. קיים חיכוך סטטי בין הסולם לרצפה וגם בין הסולם לקיר. מקדם החיכוך הסטטי בין הסולם לרצפה ובין הסולם לקיר הוא  $\mu_s$ . אורך הסולם הוא  $L$  וניתן להניח שמסתו מפולגת בצורה אחידה. מהי הזווית המינימלית עם הרצפה כך שהסולם לא יחליק?

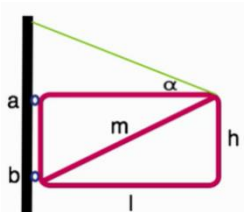
**(8) אדם עומד על סולם שנשען על קיר**

אדם עומד על סולם שנשען על קיר.



אורך הסולם הוא  $L$  וניתן להניח שמסתו מפולגת בצורה אחידה. האדם עומד על הסולם כשמרחקו מהקצה התחתון של הסולם הוא שני שליש מאורך הסולם. קיים חיכוך סטטי בין הסולם לרצפה וגם בין הסולם לקיר. מקדם החיכוך הסטטי בין הסולם לרצפה ובין הסולם לקיר הוא  $\mu_s$ . מסת האדם כפולה ממסת הסולם. מהי הזווית המינימלית עם הרצפה כך שהסולם לא יחליק?

**(9) מומנטים על שער**

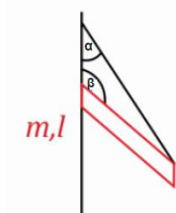


שער שגובהו  $h$  ואורכו  $l$  מחובר לקיר בשני צירים  $a$  ו- $b$ . על מנת להקל על הציר העליון חיברו לשער כבל ומתחו אותו עד אשר הכוח האופקי בנקודה  $a$  מתאפס.

א. מהי המתיחות בכבל?

ב. מהו הכוח האופקי הפועל על הציר  $b$ ?

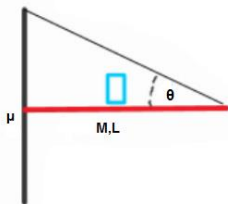
ג. מהו סכום הכוחות האנכיים המופעלים על שני הצירים?



**(10) גגון מוחזק אל קיר**

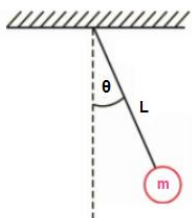
גגון מוחזק אל קיר בעזרת חבל וחיכוך כמתואר בשרטוט. מצא את הכוחות הפועלים על הגגון.

**(11) מסה על גגון מחליק**



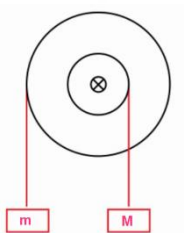
גגון מוחזק לקיר בעזרת חיכוך בלבד לפי הנתונים שבשרטוט. מהו המרחק הקטן ביותר מהקיר בו ניתן לשים את המסה  $m$  מבלי לגרום לגגון להחליק מהקיר?

**(12) מטוטלת מתמטית**



מצא את מומנט הכוח המופעל על מטוטלת מתמטית כפונקציה של הזווית מהאנך.

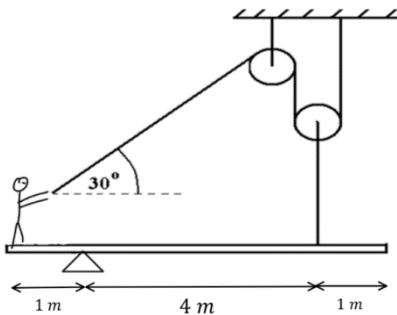
**(13) מנוף מדיסקה כפולה**



נתונה המערכת שבשרטוט.

רשום את כל הכוחות הפועלים על הדיסקה ומצא את יחס הרדיוסים בין שתי הדיסקות.

### 14) אדם על קורה מחזיק בחוט ושתי גלגלות



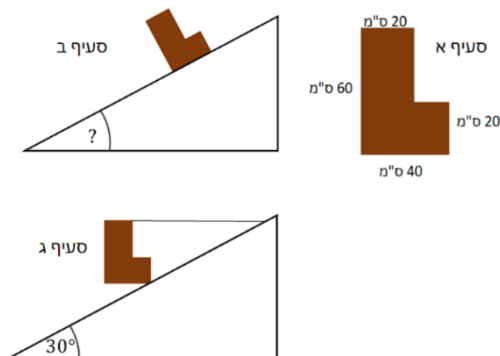
אדם שמסתו 65kg עומד בקצה קורה שמסתה 40kg. הקורה מונחת על ציר הנמצא במרחק 1m מהאדם. האורך הכולל של הקורה הוא 6m. האדם מחזיק בחוט העובר דרך שתי גלגלות כפי שמתואר באיור. הגלגלת השמאלית מחוברת לתקרה, הגלגלת הימנית לקורה במרחק 1m מהקצה השני.

- מהו הכוח בו האדם צריך למשוך את החבל כדי לשמור על מצב של שיווי משקל?
- מהם רכיבי הכוח שהציר מפעיל על הקורה?
- מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימאלי בין האדם לקורה כדי שהאדם לא יחליק מהקורה?

### 15) L על מישור משופע\*

באיור נתון גוף משטחי בצורת L.

צפיפות המסה של הגוף היא:  $\sigma = 5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ .

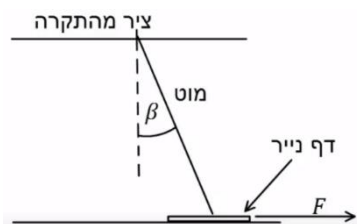


- מהו מרכז המסה של הגוף ביחס לפינה התחתונה השמאלית?
- מניחים את הגוף על מישור משופע. מהי הזווית המקסימאלית של המישור עבורה הגוף לא יתהפך?
- קושרים את הגוף למישור באמצעות חוט אופקי מהפינה הימנית העליונה ומותחים את החוט עד שהגוף מתיישר במקביל לקרקע.

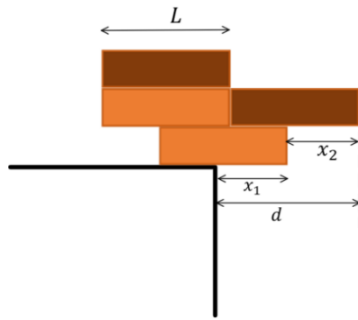
מהי המתיחות בחוט במצב זה אם זווית המישור היא  $30^\circ$  והגוף במנוחה.

### 16) מוט נשען על דף נייר\*

מוט בעל אורך L ומסה M מחובר לתקרה באמצעות ציר. בקצהו השני המוט מונח על דף נייר המונח על הרצפה. מסת דף הנייר זניחה. הזווית בין המוט לאנך היא  $\beta$  ומקדם החיכוך הסטטי בין המוט לנייר ובין הנייר לרצפה הוא  $\mu_s$ .

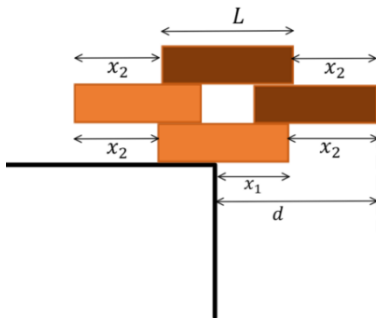


- מושכים את הנייר ימינה בכוח F. מהו הכוח המינימלי הדרוש בשביל להוציא את הנייר מתחת למוט? הנח שהמוט נשאר במנוחה.
- חזור על סעיף א' אם הכוח פועל שמאלה.



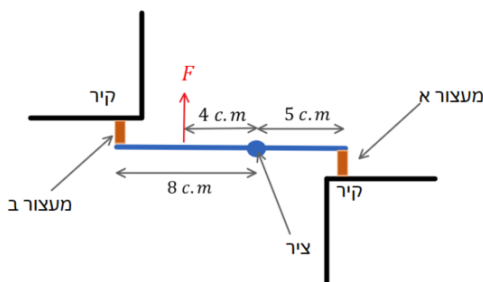
### 17) ערימת קוביות 1

ערימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך  $L$ . הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיור. מהו המרחק  $d$  המקסימאלי האפשרי כך שהערימה לא תיפול מהשולחן. מהם  $x_1$  ו- $x_2$  במצב זה?



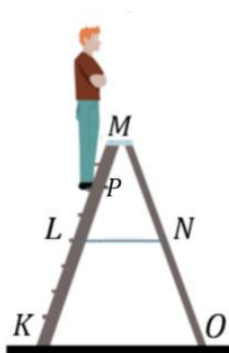
### 18) ערימת קוביות \*2

ערימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך  $L$ . הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיור. מהו המרחק  $d$  המקסימאלי האפשרי כך שהערימה לא תיפול מהשולחן. מהם  $x_1$  ו- $x_2$  במצב זה?



### 19) מוט עם שני מעצורים מגומי\*\*

באיור ישנו מוט באורך 13c.m. המחובר בציר הנמצא במרחק 5c.m. מהקצה הימני. בשני הקצוות של המוט ישנם מעצורים זהים העשויים מגומי. מפעילים כוח  $F = 200\text{N}$  במרחק 4c.m. שמאלה מהציר, הכוח גורם לכיווץ קטן של המעצורים. המערכת אופקית, כלומר כוח הכובד פועל לתוך הדף וניתן להתעלם ממנו. מהו הכוח שפועל על כל מעצור? רמז: התייחס למעצורים כמו קפיצים בעלי קבוע  $k$  זהה.



### 20) אדם על סולם עם שתי רגליים\*\*

אדם עומד על סולם בעל שתי רגליים המחוברות באמצעות כבל במרכז הסולם. משקל האדם הוא 800 ניוטון וניתן להזניח את משקל הסולם ואת החיכוך עם הרצפה. נתונים אורכי הקטעים הבאים:  $KM = OM = 2.34\text{m}$ ,  $KP = 1.70\text{m}$ ,  $LN = 0.746\text{m}$ . א. מצא את הכוחות שפועלים בנקודות O ו-K. ב. מצאו את המתוחות בכבל. רמז: יש לעשות משוואה רק על חלק מהסולם.

### תשובות סופיות:

$$(1) \quad T_2 \approx 180 \text{ N} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad f_s = T_1 = 70 \text{ N}, \text{ ימינה.}$$

$$(2) \quad F_{\max} \approx 521 \text{ N}$$

$$(3) \quad N_2 \approx 110 \text{ N} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad PK \approx 0.84 \text{ m}$$

$$(4) \quad x_{\text{c.m.}} = 6.6 \text{ c.m.}, y_{\text{c.m.}} = 3.75 \text{ c.m.} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad T_2 = 3 \text{ N}, T_1 = 1 \text{ N}$$

$$(5) \quad x_{\text{c.m.}} = 5 \text{ c.m.}, y_{\text{c.m.}} \approx 4.4 \text{ c.m.} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad T_K = 6.7 \text{ N}, T_M = 33.3 \text{ N}$$

$$(6) \quad T_1 = \frac{(m_1 + 2m_2)g}{\sin \alpha}, T_2 = m_2 g \quad \text{א.}$$

$$\text{ב.} \quad F = \sqrt{((m_1 + 2m_2)g \cot \alpha)^2 + (m_2 g)^2}, \tan \theta = -\frac{m_2}{m_1 + 2m_2} \tan \alpha$$

$$(7) \quad \tan \theta = \frac{1 - \mu_s^2}{2\mu_s}$$

$$(8) \quad \tan \theta = \frac{11 - 7\mu_s^2}{18\mu_s}$$

$$(9) \quad \text{ראה סרטון.}$$

$$(10) \quad \text{ראה סרטון.}$$

$$(11) \quad \text{ראה סרטון.}$$

$$(12) \quad \sum \tau = -mgl \sin \theta + Tl \sin \theta = -mgl \sin \theta$$

$$(13) \quad \sum \tau = \frac{m}{M} = \frac{r}{R}$$

$$(14) \quad T_1 = 20 \text{ N} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad F_x = 10\sqrt{3} \text{ N}, F_y = 1000 \text{ N} \quad \text{שמאלה}$$

$$\mu_{s_{\min}} = 0.027 \quad \text{ג.}$$

$$(15) \quad x_{\text{c.m.}} = 0.15 \text{ m}, y_{\text{c.m.}} = 0.25 \text{ m} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad \alpha = 31^\circ$$

$$T = 3.3 \text{ N} \quad \text{ג.}$$

$$(16) \quad F_{\min} = \frac{\mu_s mg \sin \beta}{\sin \beta + \mu_s \cos \beta} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad F_{\min} = \frac{\mu_s mg \sin \beta}{\sin \beta + \mu_s \cos \beta}$$

$$(17) \quad x_1 = \frac{5L}{8}, x_2 = \frac{L}{2}, d = \frac{9L}{8}$$

$$(18) \quad x_1 = \frac{L}{2}, x_2 = \frac{2L}{3}, d = \frac{7L}{6}$$

$$(19) \quad F_R \approx 45 \text{ N}, F_L \approx 72 \text{ N}$$

$$(20) \quad N_O \approx 291 \text{ N}, N_k = 509 \text{ N} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad T_L \approx 196 \text{ N}$$

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

פרק 15 - תנע זוויתי -

תוכן העניינים

|           |                              |
|-----------|------------------------------|
| 198 ..... | 1. נוסחאות וחוקי שימור       |
| 201 ..... | 2. תנע זוויתי ביחס למרכז מסה |

## נוסחאות וחוקי שימור:

### שאלות:

#### (1) תנ"ז בזריקה משופעת

אבן נזרקת בזריקה משופעת במהירות  $v_0$  ובזווית  $\alpha$ ,

כוח הכובד שפועל על האבן  $\vec{F} = -mg\hat{y}$ .

א. מהו התנ"ז של האבן ביחס לנקודת המוצא כתלות בזמן?

ב. מהו מומנט הכוח של כוח הכובד?

ג. הראה כי השינוי של התנ"ז בזמן שווה למומנט הכוח של כוח הכובד.

#### (2) גוף מסתובב על שולחן ונמשך למרכז

מסה  $m_1$  מחוברת לחוט המחובר למרכז שולחן.

המסה נעה במסלול מעגלי ברדיוס קבוע  $r_1$

ובמהירות קבועה  $v_0$ .

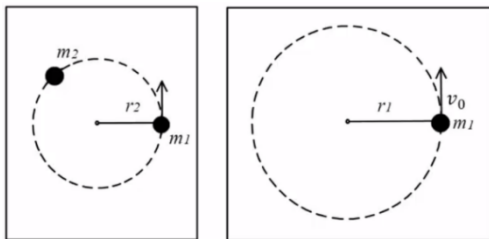
ברגע מסוים מושכים את המסה למרכז המעגל (מקצרים את אורך החוט) ומפסיקים כאשר אורך החוט שווה  $r_2$  והמסה מסתובבת

שוב בתנועה מעגלית קבועה.

רגע לאחר מכן מניחים מסה נוספת  $m_2$  במסלול של  $m_1$

והמסות מתנגשות התנגשות פלסטית.

מצאו את מהירות המסות לאחר ההתנגשות.



#### (3) שתי מחליקות על הקרח

שתי מחליקות תאומות בעלות מסה  $m$  זהה

מחליקות בכיוונים מנוגדים ובמהירות  $v_0$ .

המחליקות נעות על קווים ישרים והמרחק בין

הקווים הוא  $d$ . באמצע ביניהן שמים חבל.

כאשר הן מגיעות לחבל, שתיהן תופסות את

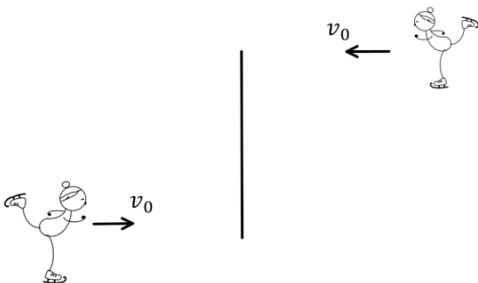
החבל ומתחילות להסתובב סביב המרכז ביניהן.

א. מה המהירות הזוויתית שהן מסתובבות?

ב. כעת המחליקות מושכות את החבל ומתקרבות זו לזו עד אשר המרחק

ביניהן הוא  $\frac{d}{2}$ .

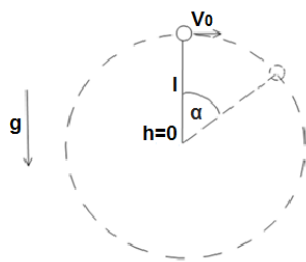
מצא את המהירות הזוויתית החדשה של המחליקות.



**(4) כדור מסתובב אנכית**

כדור בעל מסה  $m$  מחובר לחוט בעל אורך  $l$  ומסתובב במעגל אנכי.

נתון כי מהירות הכדור בשיא הגובה היא  $v_0$ .



א. מצא את מומנט הכוח הפועל על הכדור כפונקציה של הזווית  $\alpha$ .

ב. מצא את התנע הזוויתי של הכדור כפונקציה של הזווית  $\alpha$ .

**(5) כדור בתוך חרוט**

כדור קטן נע בתוך חרוט המחובר הפוך למשטח.

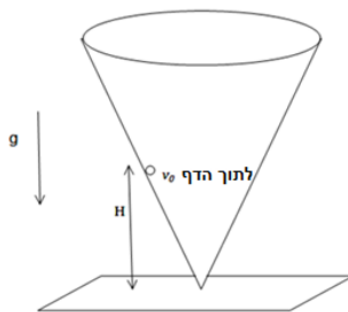
נתון כי מהירות הכדור ההתחלתית היא  $v_0$

בכיוון אופקי ומשיק לדופן החרוט.

גובהו ההתחלתי  $H$ .

מצא את הגובה המקסימאלי אליו יגיע הכדור (החרוט אינו זז).

הנחיות: מספיק להגיע למשוואה ממעלה שלישית על  $h$  אין צורך לפתור אותה.

**(6) כדור מסתובב מחובר למסה תלויה**

מסה  $m$  נעה על שולחן חסר חיכוך ומחובר באמצעות

חוט העובר דרך מרכז השולחן למסה  $M$  התלויה באוויר.

אורך החוט הוא  $L$ . נתון כי ב-  $t=0$  המסה  $M$

נמצאת במנוחה והמסה  $m$  נמצאת במרחק  $R$

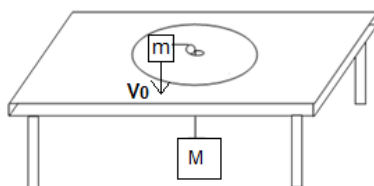
ממרכז הלוח, במהירות התחלתית  $v_0$ ,

בכיוון מאונך לרדיוס.

רשום את משוואת שימור האנרגיה והתנע הזוויתי

ומצא משוואה דיפרנציאלית התלויה רק בגודל  $r$ ,

מרחק המסה  $m$  ממרכז השולחן.

**(7) מומנט הכוח לא תלוי בנקודת הייחוס**

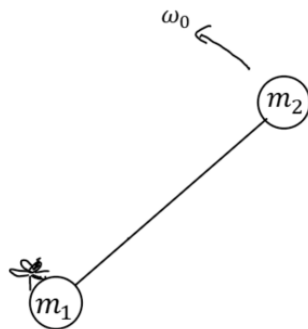
הוכיחו כי אם הכוח השקול על קבוצת גופים מתאפס אז מומנט הכוח על קבוצת

הגופים אינו תלוי בנקודת הייחוס.

**(8) תנע זוויתי לא תלוי בנקודת ייחוס**

הוכיחו כי אם התנע הקווי של קבוצת גופים מתאפס אז התנע הזוויתי שלהם לא

תלוי בנקודת הייחוס.


**9) זבוב הולך על מוט\***

שתי מסות נקודתיות  $m_1$  ו- $m_2$  מחוברות באמצעות מוט חסר מסה באורך  $d$ . על המסה  $m_1$  נמצא זבוב בעל מסה  $m_3$ . כל המערכת נמצאת על שולחן אופקי ומסתובבת סביב מרכז המסה שלה במהירות זוויתית קבועה  $\omega_0$ . ברגע מסוים הזבוב מתחיל ללכת על המוט במהירות  $v$  ביחס למוט ונעצר כאשר הוא מגיע למרכז המסה של שלושת הגופים (שימו לב שהמוט לא מחובר לשולחן). מהי המהירות הזוויתית של המערכת כאשר הזבוב נעצר?

**תשובות סופיות:**

$$(1) \quad \text{א. } -\frac{1}{2}gt^2v_0m\cos\alpha\hat{z} \quad \text{ב. } -mgv_0\cos\alpha\hat{z} \quad \text{ג. שאלת הוכחה.}$$

$$(2) \quad u = \frac{m_1r_1v_0}{r_2(m_1+m_2)}$$

$$(3) \quad \text{א. } \omega' = \frac{2v_0}{d} \quad \text{ב. } \omega'' = \frac{8v_0}{d}$$

$$(4) \quad \text{א. } \sum \vec{\tau} = -mgl\sin\alpha \quad \text{ב. } \vec{L} = lmv(-\hat{z})$$

$$(5) \quad (2gH + v_0^2)h_{\max}^2 + 2gh_{\max}^3 + v_0^2H^2$$

$$(6) \quad a + br + \frac{c}{r^2} = \dot{r}^2$$

$$(7) \quad \text{שאלת הוכחה.}$$

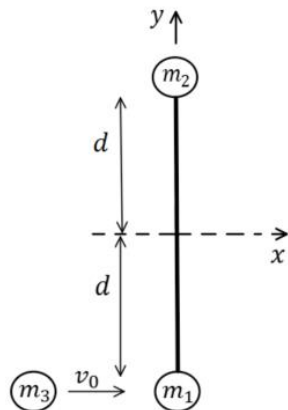
$$(8) \quad \text{שאלת הוכחה.}$$

$$(9) \quad \omega' = \frac{(m_1+m_3)(m_1+m_2)}{m_1(m_1+m_2+m_3)}\omega_0$$

## תנע זוויתי ביחס למרכז מסה:

### שאלות:

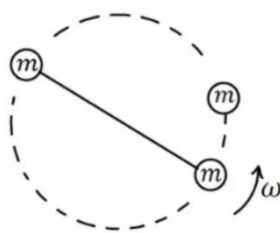
#### (1) מסה מתנגשת במוט עם שתי מסות



שתי מסות נקודתיות  $m_1$  ו- $m_2$  מחוברות באמצעות מוט חסר מסה באורך  $2d$ . המערכת נמצאת במנוחה על שולחן אופקי חסר חיכוך (שתי המסות על השולחן, המוט אופקי). מסה שלישית  $m_3$  נעה במהירות  $v_0$  ומתנגשת התנגשות פלסטית במסה  $m_1$ . נסמן את רגע ההתנגשות ב- $t = 0$ .  
 $d = 3\text{m}$ ,  $v_0 = 6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $m_1 = m_2 = m_3 = 0.2\text{kg}$ .

- חשבו את מיקום מרכז המסה ברגע  $t_1 = 0.5\text{sec}$  ביחס לראשית הנמצאת במרכז המוט בהתחלה ואינה נעה עם המוט.
- חשבו את התנע הזוויתי של המערכת ביחס לראשית הצירים ברגע  $t_1$ .
- חשבו את התנע הזוויתי של המערכת ביחס למרכז המסה שלה ברגע  $t_1$ .
- מצאו את המהירות הזוויתית של המוט ביחס למרכז המסה לאחר ההתנגשות.
- מהי המהירות הקווית של  $m_1$  ומהי המהירות הקווית של  $m_2$  מיד לאחר ההתנגשות?

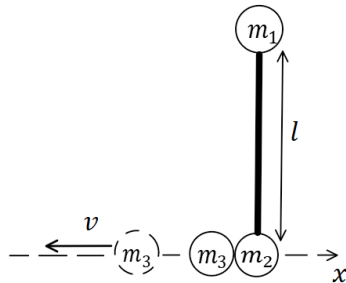
#### (2) שתי מסות מחוברות מסתובבות ומתנגשות בשלישית



שתי מסות זהות  $m$  מחוברות במוט חסר מסה באורך  $d$  ומסתובבות סביב מרכז המסה שלהן במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ . אחת המסות מתנגשת התנגשות פלסטית במסה זהה נוספת הנמצאת במנוחה. מצא את מהירות מרכז המסה של שלושת המסות המחוברות לאחר ההתנגשות ואת המהירות הזוויתית שלהן סביב מרכז המסה של שלושתן.

### (3) מסה נפרדת ממוט עם שתי מסות

שלוש מסות  $m_1, m_2, m_3$  נתונות ומחוברות לקצה של מוט באורך  $l$ .



המסות  $m_2, m_3$  מחוברות בקצה התחתון

באיור והמסה  $m_1$  בקצה העליון.

המוט נמצא על שולחן חסר חיכוך (באיור המבט מלמעלה) ובמנוחה.

ברגע מסוים יש פיצוץ בין המסות  $m_2, m_3$

והמסה  $m_3$  מתנתקת מהמוט וממשיכה

במהירות  $v$  נתונה (ביחס לשולחן) ובמאונך למוט.

המסה  $m_2$  נשארת מחוברת למוט.

נתון כי:  $m_1, m_2 = M, m_3 = 3M$ .

א. מצא את מהירות מרכז המסה של המוט (עם המסות המחוברות).

ב. מצא את המהירות הזוויתית של המוט סביב מרכז המסה שלו.

### תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } \vec{r}_{cm}(t_1) = (1_m - 1_m) \quad \text{ב. } L = 3.6 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{sec}} \quad \text{ג. } L_{c.m.} = 4.8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{sec}}$$

$$\text{ד. } \omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{ה. } V_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x}, V_2 = -2 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x}$$

$$(2) \quad u_{1,2,3,cm} = 0, \omega' = \frac{3}{4} \omega$$

$$(3) \quad \text{א. } v_{1,2,cm} = \frac{3}{2} v \quad \text{ב. } \omega = \frac{3v}{l}$$

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

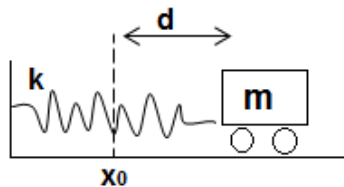
פרק 16 - תנועה הרמונית -

תוכן העניינים

|     |                                        |
|-----|----------------------------------------|
| 203 | 1. תנועה הרמונית פשוטה.....            |
| 206 | 2. בור פוטנציאל.....                   |
| 208 | 3. תנועה הרמונית מרוסנת.....           |
| 210 | 4. תנועה הרמונית מאולצת.....           |
| 212 | 5. תרגילים מסכמים.....                 |
| 215 | 6. תרגילים מסכמים (מטוטלות שונות)..... |
| 218 | 7. תרגילים למתקדמים.....               |
| 221 | 8. תרגילים לבקשת סטודנטים.....         |

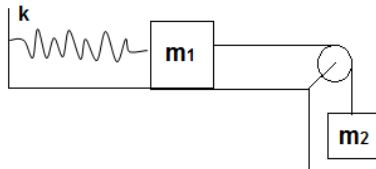
## תנועה הרמונית פשוטה:

### שאלות:



#### (1) מסה מתנגשת במסה

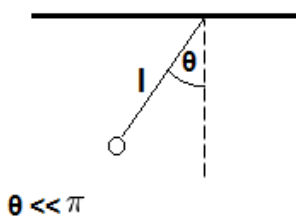
מסה  $m$  מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפיץ המחובר לקיר בעל קבוע קפיץ  $k$ . מותחים את המסה מרחק  $d$  מהמיקום בו הקפיץ רפוי ומשחררים ממנוחה. מצא את  $x(t)$  של המסה.



#### (2) מסה על שולחן מחוברת למסה תלויה

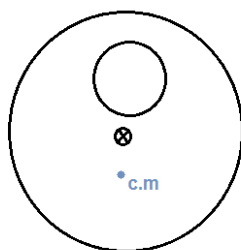
מסה  $m_1$  מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפיץ בעל קבוע  $k$ . מהמסה יוצא חוט העובר דרך גלגלת אידיאלית וקשור למסה נוספת התלויה באוויר  $M$ .

- מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת (קבע את הראשית בנקודה שבה הקפיץ רפוי).
- מצא את תדירות התנודה של המערכת.
- מהי האמפליטודה המקסימלית האפשרית לתנועה כך שהמתיחות בחוט לא תתאפס במהלך התנועה?



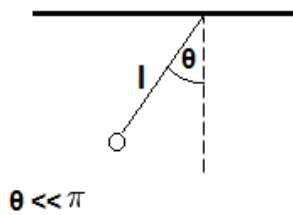
#### (3) דוגמה - מטוטלת מתמטית (עם מומנטים)

נתונה מטוטלת (מתמטית) התלויה מהתקרה. אורך החוט של המטוטלת הוא  $l$ . מצא את תדירות התנודות הקטנות ואת הזווית כפונקציה של הזמן. הנח כי המטוטלת מתחילה את תנועתה ממנוחה בזווית ידועה  $\theta$  (דרך מומנטים).



#### (4) דוגמה - דיסקה עם חור

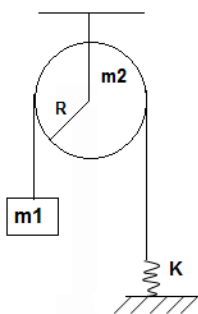
מצא את תדירות התנודות הקטנות של דיסקה בעלת מסה  $M$  ורדיוס  $R$  אם ידוע כי במרחק  $R$  ממרכז הדיסקה קדחו חור ברדיוס רבע  $R$  (הדיסקה מחוברת במסמר במרכזה אל הקיר).



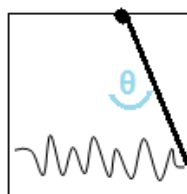
- (5) **דוגמה - מטוטלת מתמטית (עם אנרגיה)**  
נתונה מטוטלת (מתמטית) התלויה מהתקרה.  
אורך החוט של המטוטלת הוא  $l$ .  
מצא את תדירות התנודות הקטנות ואת הזווית כפונקציה של הזמן.  
הנח כי המטוטלת מתחילה את תנועתה ממנוחה בזווית ידועה  $\theta$  (דרך אנרגיה).



- (6) **גליל מחובר לקפיץ מתגלגל ללא החלקה**  
גליל בעל מסה  $m$  ורדיוס  $R$  נמצא על משטח אופקי לא חלק ומחובר באמצעות קפיץ אל הקיר. קבוע הקפיץ הוא  $k$  והוא מחובר למרכז הגליל. הנח שתנועת הגליל אופקית בלבד ושהוא מתגלגל ללא החלקה על המשטח.  
מצא את תדירות התנודות הקטנות.  
פתור פעם אחת באמצעות אנרגיה ופעם נוספת באמצעות כוחות ומומנטים.



- (7) **גלגלת מסה וקפיץ**  
במערכת הבאה, המסה  $m_1$  קשורה בחוט דרך גלגלת אל קפיץ המחובר לקרקע. הגלגלת אינה אידאלית. נתון:  $R$  רדיוס הגלגלת,  $m_2$  מסת הגלגלת,  $k$  קבוע הקפיץ. הנח כי החוט לא מחליק על הגלגלת.  
א. מצא את נקודת שיווי המשקל.  
ב. מצא את תדירות התנודה.  
ג. מושכים את המסה אורך  $d$  מנקודת שיווי המשקל. מהו  $d_{\max}$  המרחק המקסימלי שניתן למשוך את המסה מבלי שהמתיחות בחוט תתאפס במהלך התנועה?



- (8) **מוט תלוי מחובר עם קפיץ לקיר**  
מוט בעל אורך  $L$  ומסה  $M$  (התפלגות אחידה) תלוי מהתקרה וחופשי להסתובב סביב נקודת התלייה. קצהו השני של המוט מחובר בקפיץ, בעל קבוע  $k$  לקיר. הקפיץ רפוי כאשר המוט נמצא מאונך לתקרה.  
א. הראה כי תנועת המוט בזוויות קטנות היא תנועה הרמונית ומצא את תדירות התנועה.  
ב. מצא את הזווית של המוט כפונקציה של הזמן אם המוט משוחרר ממנוחה בזווית נתונה  $\theta_0$ .

## תשובות סופיות:

$$x(t) = -\frac{v_0}{2} \sqrt{\frac{2m}{k}} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}t + \frac{\pi}{2}\right) + x_0 \quad (1)$$

$$A_{\max} = \frac{g}{\omega^2} \quad \text{ג.} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \quad \text{ב.} \quad x = \frac{m_2 g}{k} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\theta(t=0) = -\omega A \sin \varphi \quad (3)$$

$$-\left(\frac{16}{247} \frac{g}{R}\right)(\theta - 0) = \ddot{\theta} \quad (4)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad \theta(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

$$E = \frac{3}{4} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{3m}} \quad \text{באמצעות אנרגיה:} \quad (6)$$

$$\sum F_x = -k(x - x_3) = m\ddot{x} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{3m}} \quad \text{באמצעות כוחות ומומנטים:}$$

$$d_{\max} = \frac{m_1 g}{k} \quad \text{ג.} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + \frac{1}{2}m_2}} \quad \text{ב.} \quad x_0 = \frac{m_1 g}{k} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$\theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k^+}{m^+}}t\right) \quad \text{ב.} \quad \omega = \sqrt{\frac{k^+}{m^+}} \quad \text{א.} \quad (8)$$

## בור פוטנציאל:

### שאלות:

#### (1) פוטנציאל לנארד-ג'ונס

פונקציית הפוטנציאל של לנארד ג'ונס מתארת את האינטראקציה בין אטומים

$$U(r) = \varepsilon \left[ \left( \frac{r_0}{r} \right)^{12} - 2 \left( \frac{r_0}{r} \right)^6 \right] \quad \text{או מולקולות בתוך סריג והיא נתונה לפי הנוסחה:}$$

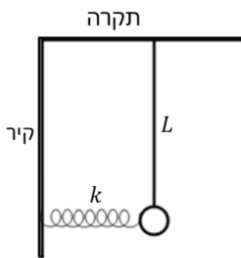
כאשר  $\varepsilon$  ו- $r_0$  קבועים ו- $r$  הוא המרחק בין המולקולות.

מצא את התדירות של תנודות קטנות סביב שיווי משקל של המערכת.

ניתן להניח שמדובר בחלקיק אחד במסה  $m$  המרגיש את הפוטנציאל

מחלקיק שני במסה  $M$  הנשאר נייח ( $m \ll M$ ).

#### (2) מטוטלת מתמטית וקפיץ עם אנרגיות



מטוטלת עם מסה  $m$  תלויה מהתקרה באמצעות חוט באורך  $L$ .

קושרים למסה קפיץ בעל קבוע  $k$  המחובר אופקית לקיר.

הקפיץ במצב רפוי כאשר החוט מאונך לתקרה.

מזיזים את המסה זווית קטנה  $\theta_0$  ימינה ומשחררים ממנוחה.

א. מצאו את הזווית של המסה כתלות בזמן.

ב. מהי המתיחות בחוט כאשר המוט נמצא במצב אנכי תוך

כדי תנועה.

#### (3) עיפרון עם מוטות בשיווי משקל

הגוף שבאיור מורכב מעיפרון בעל מסה זניחה ואורך  $L$ .

לקצה של העיפרון מחוברים שני כדורים בעלי מסה  $m$

באמצעות מקלות דקים חסרי מסה באורך  $l$  ובזווית  $\alpha$ .

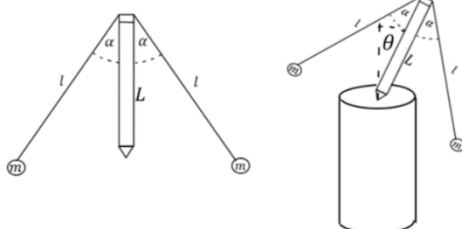
מניחים את הגוף על מעמד ומטים אותו בזווית  $\theta$  במישור הדיף.

א. רשמו את האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף כתלות בזווית  $\theta$ .

ב. באיזו זווית  $\theta$  יהיה הגוף בשיווי משקל?

ג. מה התנאי לכך ששיווי המשקל יהיה יציב?

ד. מהו זמן המחזור של התנודות סביב נקודת שיווי המשקל?



## תשובות סופיות:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{72\varepsilon}{mv_0}} \quad (1)$$

$$\theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{mg + kL}{mL}} \cdot t\right) \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$T = mg + (mg + kL)\theta_0^2 \quad \text{ב.}$$

$$U = 2mg(L - l \cos \alpha) \cos \theta \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\theta = 0 \quad \text{ב.}$$

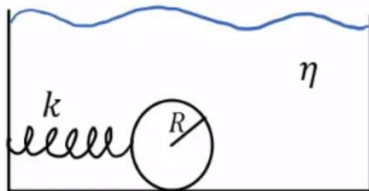
$$L < l \cos \alpha \quad \text{ג.}$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{l \cos \alpha - L}{L^2 + l^2 - 2Ll \cos \alpha}}} \quad \text{ד.}$$

## תנועה הרמונית מרוסנת:

### שאלות:

#### (1) כדור במיכל מים



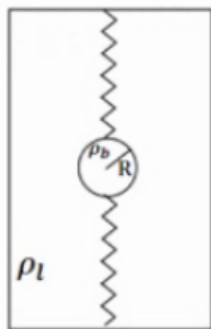
כדור בעל מסה  $m$  ורדיוס  $R$  נמצא בתוך מיכל מים ומחובר באמצעות קפיץ אופקי לדופן המיכל. קבוע הקפיץ הוא  $k$ . בתנועת הגוף במים, מפעילים המים על הכדור כוח התנגדות המתכונתי והפוך למהירותו. כוח זה נקרא כוח סטוקס וגודלו

הוא:  $\vec{F} = -6\pi R\eta\vec{v}$ . כאשר  $\eta$  היא צמיגות המים ו- $R$  הוא רדיוס הכדור.

התייחס ל- $m$ ,  $k$ ,  $\eta$ ,  $R$  כנתונים ומצא את תדירות התנודות של הכדור

בהנחה ש- $R < \frac{\sqrt{mk}}{3\pi\eta}$ . הזנח את החיכוך בין הכדור לתחתית המיכל.

#### (2) שני קפיצים בנוזל



כדור נמצא בתוך תיבה מלאה במים ומחובר עם קפיץ אידיאלי לקצה העליון של התיבה ועם קפיץ אידיאלי נוסף זהה לקצה התחתון של התיבה.

נתון:  $R$  - רדיוס הכדור,  $\rho_b$  - צפיפות המסה של הכדור,

$\rho_l$  - צפיפות המסה של המים,  $K$  - קבוע שני הקפיצים ו- $\eta$  - צמיגות המים.

(תזכורת: כאשר כדור נמצא בתוך נוזל פועלים עליו

כוח ציפה:  $F = \rho_l V g$  וכוח סטוקס:  $F = -6\pi\eta R v$ ).

א. מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת.

ב. מה התנאי שיהיו תנודות הרמוניות?

מצא את התדירות בהנחה שתנודות אלו מתקיימות.

ג. מצא את התנאי בו יחזור הכדור הכי מהר לנקודת שיווי המשקל.

#### (3) איבוד אנרגיה במחזור

בתנועה הרמונית מרוסנת קיים ריסון חלש כך שהאמפליטודה של התנועה יורדת ב-2.5 אחוז כל מחזור.

בכמה אחוז יורדת האנרגיה בכל מחזור?

**(4) משקולת במיכל מים תלויה מהתקרה**

משקולת שמסתה:  $M = 1\text{kg}$  נמצאת במיכל מים ומחוברת לתקרה באמצעות קפיץ בעל קבוע:  $k = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . כוח ההתנגדות שמפעילים המים הוא מהצורה של:  $\vec{F} = -\lambda \vec{v}$  כאשר:  $\lambda = 4 \frac{\text{kg}}{\text{sec}}$  ו-  $\vec{v}$  היא מהירות המסה. הניחו שהמשקולת אינה יוצאת מהמים ואינה פוגעת ברצפה.

א. תוך כמה זמן תרד האמפליטודה לחמישית מגודלה ההתחלתי? (הניחו שהפאזה היא אפס)

ב. לאחר כמה מחזורים זה יקרה?

**(5) מסה באמבט מים ודבש**

מסה:  $m = 1\text{kg}$  נמצאת באמבט מלא מים, המסה מחוברת באמצעות שני קפיצים זהים בעלי קבוע:  $k = 25 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  לשתי דפנות האמבט ונעה ללא חיכוך עם ריצפת האמבט. מזיזים את המסה  $0.5\text{m}$  מנקודת שיווי המשקל ומשחררים ממנוחה. התנגדות המים מפעילה כוח גרר:  $\vec{F} = -\lambda \vec{v}$  כאשר:  $\lambda = 10 \frac{\text{kg}}{\text{sec}}$ .

א. מהו העתק המסה כתלות בזמן?

ב. מחליפים את המים בדבש מה שמגדיל את  $\lambda$  פי  $\sqrt{2}$ . מזיזים שוב את המסה  $0.5\text{m}$  ומשחררים, מהו העתק המסה כתלות בזמן?

**תשובות סופיות:**

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{3\pi R \eta}{m}\right)^2} \quad (1)$$

$$y_{eq} = \frac{F_b}{2K} \quad \text{א.} \quad \omega^* = \sqrt{\frac{2K}{m} - \left(\frac{6\pi\eta R}{2m}\right)^2} \quad \text{ב.} \quad \frac{2K}{m} = \frac{6\pi\eta R^2}{2m} \quad \text{ג.} \quad (2)$$

$$5\% \quad (3)$$

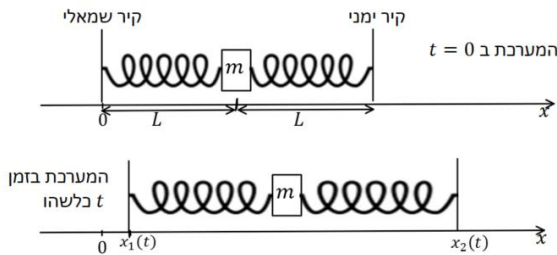
$$1.6\text{sec} \quad \text{א.} \quad \text{ב. בערך מחזור אחד.} \quad (4)$$

$$x(t) = \frac{1}{2} + \frac{5}{\sqrt{2}} t e^{-5\sqrt{2}t} \quad \text{ב.} \quad x(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-5t} \cos\left(5t + \frac{\pi}{4}\right) \quad \text{א.} \quad (5)$$

## תנועה הרמונית מאולצת:

### שאלות:

#### (1) מסה בין קירות זזים



מסה  $m$  מחוברת לשני קפיצים זהים בעלי קבוע  $k$  ואורך רפוי  $L$  משני צידיה. הקפיצים מחוברים לקירות הנמצאים במרחק  $L$  מהמסה משמאלה ומימינה והמערכת כולה מונחת על שולחן חלק (כוח הכובד לתוך הדף).

על המסה פועל כוח גרר:  $F = -bv$ . ב- $t = 0$  הקירות מתחילים לזוז. ראשית הציירים ממוקמת במרכז התנועה של הקיר השמאלי והכיוון החיובי ימינה. מיקום הקירות כתלות בזמן הוא:  $x_1(t) = d \sin(\omega t)$ ,  $x_2(t) = 2L + 2d \sin(\omega t)$ . נתונים:  $d \ll L$ ,  $d, L, \omega, k, b, m$ .

א. מהי תדירות התנועה ומהי האמפליטודה?

ב. מה התנאי לתהודה בהנחה כי הריסון חלש מאוד?

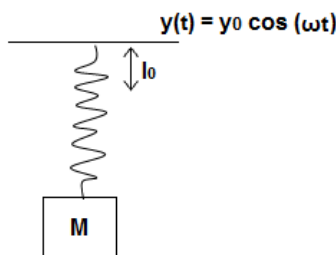
#### (2) מציאת תדירות ברבע אמפליטודה

מסה  $m$  מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע  $k$ , המסה נעה על מישור חלק ללא חיכוך. על המסה פועל כוח גרר:  $f = -bv$  וכוח מאלץ:  $F(t) = d \cdot \cos(\omega t)$ . מצא את תדירות הכוח בה אמפליטודת התנועה במצב העמיד תהיה רבע מהאמפליטודה המקסימלית. הנח כי:  $d \ll \sqrt{mk}$ ,  $\omega, b, k, m, d$  נתונים וכי:  $b \ll \sqrt{mk}$ .

#### (3) מסה תלויה על קרש נע

מסה  $M$  מחוברת באמצעות קפיץ אנכי לקרש אופקי הנע בציר ה- $y$ . לפי:  $y(t) = y_0 \cos(\omega t)$ .

קבוע הקפיץ  $k$  ואורכו הרפוי  $l_0$  נתונים. מצא את מיקום המסה כפונקציה של הזמן.



## תשובות סופיות:

$$\omega \sim \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad \text{ב.} \quad A(\omega) = \frac{\frac{3kd}{m}}{\sqrt{\left(\frac{2k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{b}{m}\right)^2 \omega^2}} \quad \text{א.} \quad (1)$$

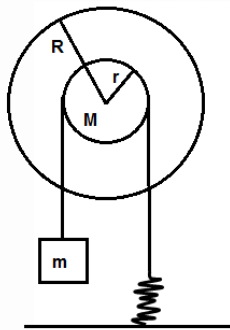
$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4C}}{2}} \quad (2)$$

$$y(t) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\frac{k}{m} - \omega^2} \cos \omega t + y'_0 \quad (3)$$

## תרגילים מסכמים:

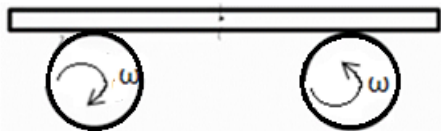
### שאלות:

#### (1) דיסקה כפולה מסה וקפיץ



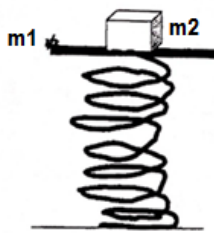
- נתונה דיסקה ממוסמרת במרכזה לקיר (כלומר הדיסקה יכולה להסתובב אך לא לנוע מעלה ומטה).  
 הדיסקה בנויה משתי דיסקות מודבקות בעלות רדיוס  $r$  לדיסקה הקטנה ו- $R$  לדיסקה הגדולה.  
 סביב הדיסקות מלופפים חוטים כמתואר בשרטוט.  
 עוד נתון כי אין החלקה לחוטים.  
 א. מצאו את תדירות התנודות.  
 ב. מהי האנרגיה הכוללת של המערכת?

#### (2) מוט על שני גלגלים



- מוט בעל מסה  $M$  מונח על שני גלגלים המקובעים במרכזם.  
 הגלגלים מסתובבים במהירות זוויתית  $\omega$  כך שהגלגל הימני מסתובב נגד כיוון השעון והשמאלי עם כיוון השעון.  
 בין המוט והגלגלים קיים חיכוך ומקדם החיכוך הקינטי נתון.  
 מניחים את המוט כך שמרכזו נמצא במרחק  $A$  מהמרכז בין הגלגלים.  
 מצא את תדירות התנודה של המוט.

#### (3) מסה על משטח על קפיץ אנכי

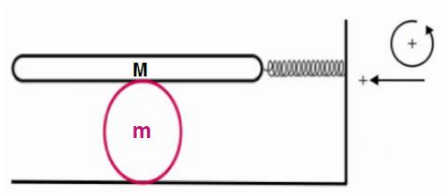


- על קפיץ שקבועו  $k$  מונח משטח שמסתו  $m_1$ , המשטח צמוד לקצהו של הקפיץ.  
 על המשטח מונח גוף שמסתו  $m_2$ .  
 מכווצים את הקפיץ בשיעור  $\Delta y$  ומשחררים.  
 א. מה צריך להיות  $\Delta y_{\min}$  כדי שהגוף יתנתק מן המשטח באיזה שהוא שלב?

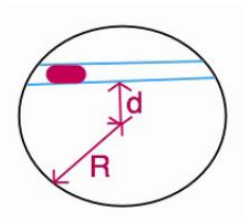
ב. הניחו:  $\Delta y = 2\Delta y_{\min}$ ,  $k = 10 \frac{Nr}{m}$ ,  $m_1 = 0.04 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 0.06 \text{ kg}$

ומצאו את רגע הניתוק.

- ג. באמצעות הנתונים המספריים מסעיף ב', מהו מקומו ומהירותו של המשטח ברגע שהגוף ניתק מן המשטח?



(4) **משטח על דיסקה מחובר לקפיץ**  
 נתונה מערכת כבשרטוט (אין החלקה במערכת).  
 מהי תדירות?



(5) **תנודה בתעלה בכדור"א**  
 בתוך כדור הארץ נחפרה תעלה כבשרטוט.  
 מסת כדור הארץ M.  
 מהי תדירות התנודות הקטנות של מסה החופשיה לנוע בתעלה?

(6) **שתי מסות מחוברות בקפיץ\*\***  
 שתי מסות  $m_1$  ו-  $m_2$  מחוברות בקפיץ בעל קבוע  $k$  ואורך רפוי  $l$ .  
 המסות נמצאות במנוחה על מישור אופקי חלק.  
 נותנים דחיפה ימינה למסה  $m_1$  המקנה לה מהירות התחלתית  $v_0$ .  
 א. מהי תדירות התנודות של התנועה (כתלות בנתוני הבעיה)?  
 רמז: על מנת לפתור את המשוואות יש להחליף משתנים  
 ל-

$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}; \quad x_{rel} = x_1 - x_2$$

ב. מצאו את מיקום המסה  $m_2$  כתלות בזמן.

## תשובות סופיות:

$$E_{\text{total}} = \frac{1}{2} Kx^2 - mgx + \frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2} m\dot{x}^2 \quad \text{ב.} \quad \sqrt{\frac{2kR}{\frac{1}{2}MR + \frac{r^2}{R}}} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu_k g}{d}} \quad (2)$$

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) \quad \text{ב.} \quad \Delta y_{\min} = \frac{(m_1 + m_2)}{k} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$v(t) = \dot{y}(t) = -2\Delta y_{\min} \omega \sin(\omega t), \Delta y_{\min} = \frac{(m_1 + m_2)}{k} \quad \text{ג.}$$

$$\ddot{x} = -\left(\frac{K}{m + 2M}\right)x \quad (4)$$

$$\ddot{x} = -\left(\frac{M}{R^3}\right)(x - 0) \quad (5)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}}, \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$, A = \frac{\sqrt{v_0^2 + l^2 \omega^2}}{\omega}, x_2(t) = \frac{m_1}{m_1 + m} (l + v_0 t) - \frac{m_1}{m_1 + m_2} A \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{ב.}$$

$$\tan \varphi = -\frac{v_0}{\omega l}$$

## תרגילים מסכמים (מטוטלות שונות):

### שאלות:

#### (1) שני חצאי דיסקה



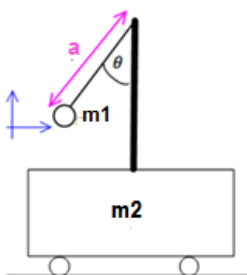
נתונים שני חצאי דיסקה התלויים על מסמר כמתואר בשרטוט. מסת הדיסקה ורדיוסה נתונים. מצא את התדירות של כל אחד מחצאי הדיסקה.

#### (2) חצי חישוק ושתי מסות



מצא את תדירות חצי החישוק שבתמונה. רדיוס R ומסתו M, בקצוותיו חוברו שתי מסות m. החישוק תלוי ממסמר בקודקודו.

#### (3) מטוטלת על עגלה נעה



עגלה בעלת מסה  $m_2$  חופשיה לנוע על משטח אופקי ללא חיכוך. אל העגלה מחובר מוט אנכי עליו תלויה מטוטלת מתמטית עם מסה  $m_1$  ואורך חוט a. משחררים את המסה (של המטוטלת) בזווית נתונה כאשר כל המערכת נמצאת במנוחה.

א. רשמו את מהירות המטוטלת במערכת העגלה כפונקציה של  $\theta$  ו- $\dot{\theta}$ .

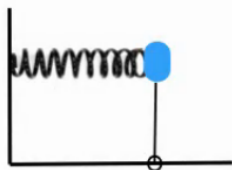
ב. רשמו את מהירות העגלה והמטוטלת כפונקציה של  $\theta$  ו- $\dot{\theta}$ .

ג. רשמו את משוואת שימור האנרגיה המכאנית של המערכת.

ד. רשמו את משוואת שימור האנרגיה בתנודות קטנות.

ה. מצאו את תדירות התנודה של המסה M.

#### (4) קפיץ מוט ומסה



נתונה מסה m המחוברת לקפיץ בעל קבוע k.

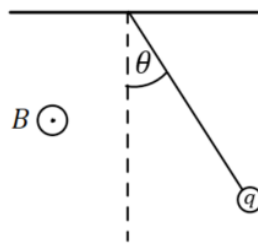
המסה גם מחוברת למוט חסר מסה בעל אורך l.

המוט מחובר לרצפה בציר המאפשר לו להסתובב.

המערכת בשרטוט נמצאת במצב שיווי משקל.

א. מהי תדירות התנודות הקטנות של המערכת?

ב. מהי המסה המקסימלית שתאפשר תדירות זו?

**(5) מטוטלת בשדה מגנטי**

מטוטלת מתמטית שאורכה  $L$ , מסתה  $m$  ומטענה  $q$

נתונה בשדה מגנטי אופקי  $B$  היוצא מהדף.

השדה המגנטי יוצר כוח מגנטי על המטוטלת כאשר

היא בתנועה לפי הנוסחה:  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ .

א. מצא את הכוחות הפועלים על המטוטלת במהלך

התנועה כתלות בזווית  $\theta$  ובמהירות  $v$ .

ב. מסיטים את המטוטלת זווית קטנה  $\theta_0$  ומשחררים במנוחה.

מצא את משוואת התנועה של המטוטלת ומשם את מיקום המטוטלת

כתלות בזמן עבור זווית קטנות.

ג. מהי המתיחות בחוט כתלות בזמן.

ד. מהי המתיחות המקסימאלית בחוט ובאיזו זווית ומהירות מצב זה מתרחש?

## תשובות סופיות:

$$(1) \text{ דיסקה 1: } -\left(\frac{A}{B}\right) \cdot (\theta - (0)) = \ddot{\theta}, \text{ דיסקה 2: ראה סרטון.}$$

$$(2) -\frac{(2m+M) \cdot gb}{I} \theta = \ddot{\theta}$$

$$(3) \text{ א. } v_x = \dot{\theta} a \cos \theta, v_y = \dot{\theta} a \sin \theta$$

$$\text{ב. } v_{1x} = \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a \dot{\theta} \cos \theta, v_{1y} = \dot{\theta} a \sin \theta$$

$$\text{ג. } E = \frac{1}{2} m_1 \left( \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \right)^{-2} a^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta + \dot{\theta}^2 a^2 \sin^2 \theta - m_1 g a \cos \theta$$

$$\text{ד. } E = \frac{1}{2} m_1 \left( \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a^2 \dot{\theta}^2 + \frac{ga}{2} \theta^2 \right) - m_1 g a \frac{1}{2}$$

$$\text{ה. } \omega = \sqrt{\frac{\frac{ga^2}{2}}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a^2}}$$

$$(4) \text{ א. } \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{g}{l}} > 0$$

$$\text{ב. } m < \frac{lk}{gv}$$

$$(5) \text{ א. } |\vec{F}| = qvB, \text{ כיוון החוצה מהמעגל.}$$

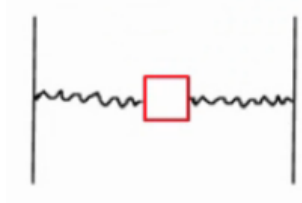
$$\text{ב. } \theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{L}} t\right)$$

$$\text{ג. } T(t) = -qB\sqrt{gL}\theta_0 \sin\left(\sqrt{\frac{g}{L}} t\right) + mg, \text{ עבור } \theta_0 \ll \frac{2qB}{m} \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{ד. } T_{\max} = mg + qB\sqrt{gL}\theta_0$$

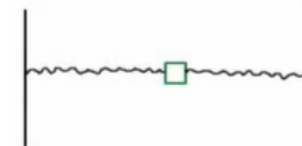
## תרגילים למתקדמים:

### שאלות:



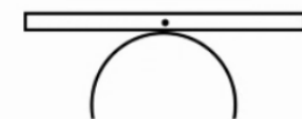
#### (1) מסה בין שני קפיצים עם אורך זניח

- בין שני קירות במרחק  $2L$  נמצאת מסה  $m$  המחוברת לקירות בקפיצים בעלי מקדם  $k$  ואורך רפוי זניח.
- א. מצא את תדירויות התנודות הקטנות בציר ה- $x$ .
- ב. מצא את תדירויות התנודות הקטנות בציר ה- $y$ .



#### (2) מסה בין שני קפיצים\*\* (אורך רפוי לא זניח)

- בין שני קירות במרחק  $2L$  נמצאת מסה  $m$  המחוברת לקירות בקפיצים בעלי מקדם  $k$  ואורך רפוי  $l_0$ .
- מצא את תדירות התנודות הקטנות בציר ה- $y$ .



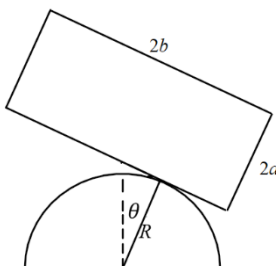
#### (3) מוט על חצי כדור\*\*

- מוט בעל אורך  $l$  ומסה  $m$  מונח על כדור בעל רדיוס  $R$ .
- א. מצא את תדירות התנודות הקטנות של המוט.
- ב. מצא את גובה מרכז המסה של המוט כפונקציה של זווית ההטיה.



#### (4) עכביש בשיווי משקל יציב\*

- מוט בעל מסה  $M$  ואורך  $l$  מחובר ברבע מגובהו לציר מתחתית המוט עכביש בעל מסה  $m$  מטפס כלפי מעלה.
- מצא את תדירות המערכת כפונקציה של מיקום העכביש ומצא את משקל העכביש המקסימלי שישאיר את המערכת בשיווי משקל יציב.

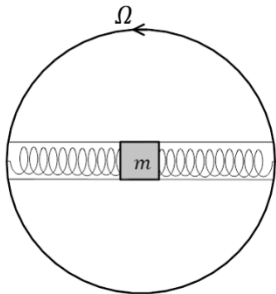


#### (5) תיבה על כיפה חצי כדורית\*\*

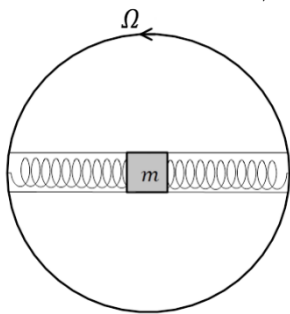
- תיבה שמסתה  $M$  מונחת על כיפה גלילית חצי עגולה ברדיוס  $R$ . גודל התיבה הוא  $2a \times 2b$ .
- מניחים את התיבה על ראש הכיפה כך שמרכזה בדיוק מעל מרכז הכיפה. לאחר מכן מטים את התיבה מעט הצידה כך שהיא מתגלגלת ללא החלקה על הכיפה.
- מצא את תדירות התנודות הקטנות של התיבה על ראש הכיפה. מה התנאי שיהיו תנודות?

**6) מסה בתוך חישוק מסתובב****(כולל קוריאוליס וקורדינטות פולריות)**

גוף שמסתו  $m$  נמצא במרכז תעלה הנמצאת לאורך קוטרו של חישוק. המערכת מונחת על השולחן כך שכוח הכובד לתוך הגוף. הגוף מחובר לשני קפיצים זהים אחד מכל צד המצויים במצב הרפוי כאשר הגוף במרכז החישוק. קבוע הקפיצים הוא  $k$ . מסובבים את החישוק במהירות זוויתית  $\Omega$  ומרחיקים את המסה מעט מהמרכז. רשום משוואת כוחות במערכת החישוק, מה התנאי לתנועה הרמונית ומהי תדירות התנועה אם התנאי מתקיים? (מומלץ לפתור גם באמצעות ק. פולריות).

**7) מסה בתוך חישוק מסתובב עם חיכוך****(כולל קואורדינטות פולריות, קוריאוליס, ותנועה מרוסנת)**

גוף שמסתו  $m$  נמצא במרכז תעלה הנמצאת לאורך קוטרו של חישוק. המערכת מונחת על השולחן כך שכוח הכובד לתוך הגוף. הגוף מחובר לשני קפיצים זהים אחד מכל צד המצויים במצב הרפוי כאשר הגוף במרכז החישוק. קבוע הקפיצים הוא  $k$ . מסובבים את החישוק במהירות זוויתית  $\Omega$  ומשחררים את המסה ממנוחה במרחק  $d$  מהמרכז. בין המסה והדופן של התעלה קיים חיכוך (אין חיכוך עם הבסיס). מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם:  $\mu_s, \mu_k$ .



- א. רשום משוואת כוחות במערכת החישוק, מהם התנאים לתנועה הרמונית? האם צריך את מקדם החיכוך הסטטי?
- ב. מצא את המיקום כתלות בזמן בהנחת התנאים של סעיף א', מהו מקדם האיכות של המערכת? (מומלץ לפתור גם באמצעות ק. פולריות).

## תשובות סופיות:

$$\omega_x = \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad \text{א.} \quad \omega_y = \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad \text{ב.} \quad (1)$$

$$-\left(2k \frac{L \cdot l_0}{L}\right) y = \ddot{y} \quad (2)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{12gR}{l^2}} \quad \text{א.} \quad y_{c.m} = R \left(1 + \frac{\theta^2}{2}\right) \quad \text{ב.} \quad (3)$$

$$-\left(m' g \frac{C}{I}\right) \theta = \ddot{\theta} \quad (4)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g(R-a)}{\frac{1}{3}(a^2+b^2)+a^2}} \quad (5)$$

$$(-2k - \Omega^2 m) x = m \ddot{x}, \quad 2k - \Omega^2 m > 0, \quad \omega = \sqrt{\frac{2k - m\Omega^2}{m}} \quad (6)$$

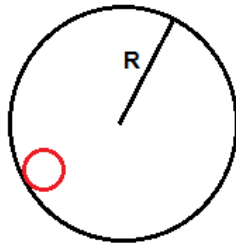
$$-2kx + m\Omega^2 x - 2\mu_k m\Omega \dot{x} = m \ddot{x}, \quad \Omega^2 (1 + \mu_k^2) < \frac{2k}{m} \quad \text{א.} \quad N=0 \quad \text{לא כי} \quad \text{כשהגוף נעצר.} \quad (7)$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\Gamma} = \frac{\sqrt{\frac{2k}{m}}}{2\mu_k \Omega}, \quad x(t) = e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \left( d \cos(\tilde{\omega}t) - \frac{d\sqrt{1-\omega_0^2}}{\tilde{\omega}} \sin(\tilde{\omega}t) \right) \quad \text{ב.}$$

## תרגילים לבקשת סטודנטים:

### שאלות:

#### (1) כדור מתגלגל בצינור



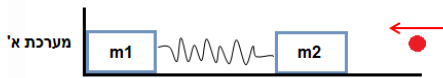
דיסקה בעלת רדיוס  $r$  מתגלגלת בתוך צינור מקובע לרצפה בעל רדיוס  $R$ . מותר להשתמש בקירוב זוויות קטנות ומותר להזניח את הרדיוס הקטן ביחד לגדול.

א. מה תהיה תדירות התנודות הקטנות של הדיסקה, בהנחה שאין חיכוך?

ב. מה תהיה התשובה לסעיף א' אם יוסיפו חיכוך עם הרצפה והגלגול יהיה ללא החלקה?

ג. מה תהיה התדירות עם בנוסף לחיכוך עם הרצפה יתווסף כוח חיכוך:  $F = -bv$ ?

#### (2) קפיץ נמתח להתארכות מקסימלית



קליע בעל מסה זניחה נע במהירות לא ידועה לעבר מסה  $m_2$  שמחוברת למסה  $m_1$  דרך קפיץ בעל מקדם אלסטי  $k$ .



המסה  $m_1$  ניצבת בצמוד לקיר כמתואר בשרטוט.

א. לאחר פגיעת הקליע הקפיץ מתכווץ במצב המקסימלי ומאבד  $d$  מאורכו.

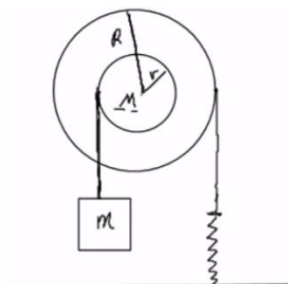
מהי מהירות מרכז המסה מייד לאחר שהמערכת מתנתקת מהקיר?

ב. על מערכת בעלת נתונים זהים ואורך קפיץ רפוי  $l$  מופעל כוח קבוע

ואופקי  $F$  לכיוון המסומן בציור.

מה ההתארכות המקסימלית של הקפיץ?

#### (3) דיסקה כפולה מסה וקפיץ



נתונה דיסקה ממוסמרת במרכז לקיר (כלומר הדיסקה יכולה להסתובב אך לא לנוע מעלה ומטה).

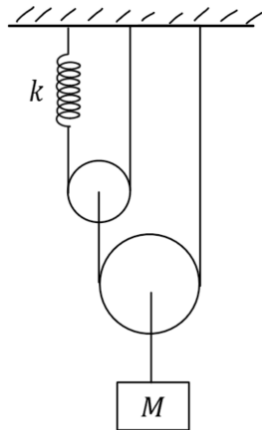
הדיסקה בנויה משתי דיסקיות מודבקות בעלות רדיוס  $r$  לדיסקה הקטנה ו- $R$  לדיסקה הגדולה.

סביב הדיסקות מלופפים חוטים כמתואר בשרטוט. עוד נתון כי אין החלקה לחוטים.

א. מצא את תדירות התנודות.

ב. מהי האנרגיה הכוללת של המערכת?

(4) הרמונית עם גזירה של חוט (רק למי שמכיר את הנושא של תאוצות לא שוות) במערכת הבאה הגלגלות והקפיץ אידיאליים.



קבוע הקפיץ הוא:  $k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  והמסה:  $M = 4\text{kg}$ .

- מצאו את התארכות הקפיץ במצב שיווי המשקל.
- מה ההעתק של המשקולת במצב שיווי המשקל (ביחס למצבה כשהקפיץ רפוי).
- מהי תדירות התנודות של המערכת?
- מותחים את המשקולת מטה 20cm מנקודת שיווי המשקל ומשחררים ממנוחה. רשמו ביטוי למיקום של המשקולת כתלות בזמן.

### תשובות סופיות:

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2} \quad \text{ג.} \quad \omega = \sqrt{\frac{2g}{3R}} \quad \text{ב.} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\Delta = \frac{F}{2k + k \frac{m_2 - m_1}{m_1}} \quad \text{ב.} \quad v_{\text{c.m.}} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m_2} d}}{m_1 + m_2} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$E_{\text{total}} = \frac{1}{2} kx^2 - mgx + \frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2} m\dot{x}^2 \quad \text{ב.} \quad \omega = \sqrt{\frac{kR}{\frac{1}{2}MR + \frac{r^2}{R}}} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$3.54 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad 0.05\text{m} \quad \text{ב.} \quad 0.2\text{m} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$x(t) = 0.2 \cos(3.54t) \quad \text{ד.} \quad \text{משיווי משקל.}$$

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

פרק 17 - כבידה וכוח מרכזי -

תוכן העניינים

|     |                                   |
|-----|-----------------------------------|
| 223 | 1. תנועה תחת כוח מרכזי וכוח הכובד |
| 224 | 2. חוקי קפלר                      |
| 225 | 3. תרגילים נוספים                 |

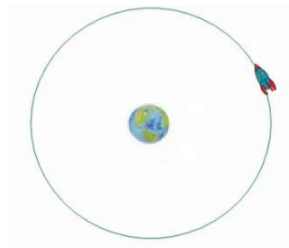
## תנועה תחת כוח מרכזי וכוח הכובד:

### שאלות:



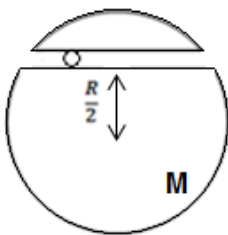
#### (1) טיל יוצא מכדה"א וחוזר

- טיל נורה מכדור הארץ.  
הטיל מתרחק מכדור הארץ וחוזר אליו בחזרה.  
נתון שבאיזושהי נקודה במסלול המרחק של הטיל מכדה"א הוא  $R_1$ .  
נתונה הזווית בין  $R_1$  למהירות באותו הרגע  $v_1$  היא 30 מעלות.  
רדיוס כדה"א הוא  $R_E$  וזווית הפגיעה של הטיל בכדה"א היא  $\theta$ .  
א. מצא את:  $v_0, v_1, v_2, \theta_0$ . (מהירות פגיעת הטיל בכדה"א).  
ב. חשב את:  $R_{\max}$  (המרחק המקסימלי של הטיל מכדה"א).  
ג.  $v_{\min}$  (המהירות באותה נקודה).



#### (2) חלק עף במהירות מילוט

- חללית בעלת מסה  $m$  סובבת את כדה"א במסלול מעגלי ברדיוס  $R$ .  
ברגע מסוים החללית מתפצלת לשני חלקים.  
אחד החלקים בעל מסה של שליש  $m$  עף בכיוון הרדיאלי במהירות המילוט.  
מצא את הרדיוס המינימלי והמקסימלי של החלק השני.



#### (3) גוף זז במנהרה במרחק מהמרכז

- גוף נע במנהרה הנמצאת במרחק  $\frac{R}{2}$  ממרכז כדור בעל מסה  $M$ .  
הגוף מתחיל ממנוחה בקצה המנהרה ואין חיכוך.  
מצא את מיקום הגוף כפונקציה של הזמן.

### תשובות סופיות:

(1) ראה סרטון.

(2) ראה סרטון.

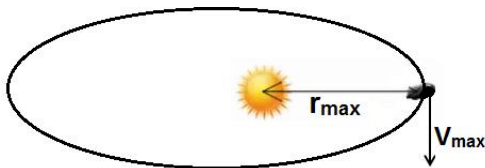
$$x(t) = -\frac{\sqrt{3}}{2} R \cos\left(\sqrt{\frac{GM}{R^3}} t\right) \quad (3)$$

## חוקי קפלר:

### שאלות:

#### (1) מציאת זמן מחזור

גוף נע סביב השמש במסלול אליפטי כך שמהירותו המקסימאלית ומרחקו המינימלי מהשמש נתונים. נתון גם שטח האליפסה שעושה הגוף. מצא את זמן המחזור של הגוף.

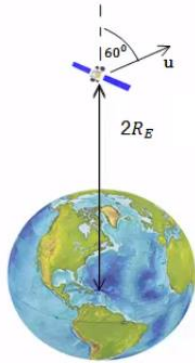


### תשובות סופיות:

$$T = \left( \frac{r_{\min} v_{\max}}{2S} \right)^{-1} \quad (1)$$

## תרגילים נוספים:

### שאלות:



#### 1) לוויין נכנס למסלול אליפטי

- לוויין נורה אנכית מפני כדה"א.  
 הלוויין מגיע לשיא גובה של  $2R_E$ .  
 ברגע זה ניתנת לו מהירות בכיוון  $60^\circ$  מעלות עם האנך  
 לכדור הארץ שגודלה  $u$ .  
 (התעלם מסיבוב ותנועת כדור הארץ).  
 א. מצא תנאי על המהירות  $u$  כך שהלוויין ישאר במסלול סגור.  
 ב. מצא תנאי נוסף על  $u$  כך שהלוויין לא יפגע בכדור הארץ.

#### 2) יקום דו מימדי

ביקום דו מימדי פועל כוח שמרכזו בנקודה  $(x_0, y_0)$

וגודלו:  $\frac{k}{\left((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2\right)^{\frac{3}{4}}}$ . כיוון הכוח הוא תמיד לכיוון מרכזו.

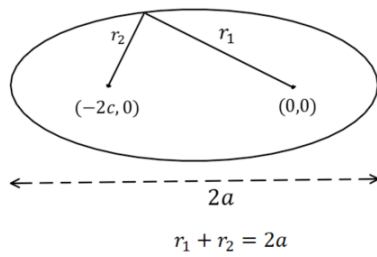
א. האם הכוח הוא כוח משמר? אם כן, מצא את האנרגיה הפוטנציאלית של הכוח.

חשב את העבודה שמבצע הכוח על מסה  $M$  אשר נעה בין הנקודה  $(x_1, y_1)$  לבין הנקודה  $(x_2, y_2)$ .

ב. מסה  $M$  נמצאת במיקום  $(Bx_0, By_0)$  ויש לה מהירות:  $\vec{v} = A(\hat{x} + \hat{y})$ .  
 מה תהיה מהירות המסה כשהמרחק בינה לבין מרכז הכוח יהיה  $d$ ?  
 ( $A, B, d$  גדולים מאפס).

ג. מסה  $M$  נמצאת במרחק  $r_1$  ממרכז הכוח.  
 למסה מהירות  $v_1$  וידוע שהמסה נמצאת בשיווי משקל בכל זמן.  
 מצא קשר בין  $v_1$  לבין  $r_1$ .

ד. פצצה בעלת מסה  $M$  מסתובבת סביב מרכז הכוח וברגע שגודל המהירות שלה הוא  $v_2$  והמרחק שלה הוא  $r_2$ , כיוון המהירות מאונך לכיוון המיקום שלה ביחס למרכז הכוח. באותו הרגע הפצצה מתפוצצת לשני חלקים אחד בגודל  $m$  והשני בגודל  $M-m$ .  
 החלק  $M-m$  ממשיך באותו כיוון מהירות כמו לפני הפיצוץ.  
 מה צריכה להיות מהירות החלק  $m$  על מנת שהחלק  $M-m$  יהיה במרחק קבוע ממרכז הכוח לאחר הפיצוץ והלאה?

**(3) פיתוח משוואת האליפסה**

באליפסה סכום המרחקים של כל נקודה משני המוקדים של האליפסה הוא קבוע ושווה ל-  $2a$  (רוחב האליפסה). נתונה אליפסה שהמוקדים שלה נמצאים בנקודות  $(0,0)$  ו-  $(-2c,0)$ .

הראו כי משוואת האליפסה היא:  $r(\theta) = \frac{r_0}{1 + \varepsilon \cos \theta}$  כאשר  $\varepsilon = \frac{c}{a}$

$$r_0 = \frac{(a^2 - c^2)}{a}$$

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } |u| < \sqrt{\frac{GM}{R_E}} \quad \text{ב. } \sqrt{\frac{GM}{2R_E}} < |u| < \sqrt{\frac{GM}{R_E}}$$

$$(2) \quad \text{א. משמר, } U(r') = -2kr'^{-\frac{1}{2}}, \text{ כאשר } r' = \left((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$W = 2k \left[ \left((x_2-x_0)^2 + (y_2-y_0)^2\right)^{-\frac{1}{4}} - \left((x_1-x_0)^2 + (y_1-y_0)^2\right)^{-\frac{1}{4}} \right]$$

$$\text{ג. } v_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} r_1^{-\frac{1}{4}} \quad \text{ב. } v = \left( 2A^2 - \frac{4k}{m} \left[ d^{-\frac{1}{2}} - (B-1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (x_0^2 + y_0^2)^{-\frac{1}{4}} \right] \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{ד. אחורה } u_2 = \frac{1}{m}(M-m) \sqrt{\frac{k}{m}} r_1^{-\frac{1}{4}} - \frac{M}{m} v_1$$

(3) הוכחה.

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

פרק 18 - אופטיקה

תוכן העניינים

1. מבוא לאופטיקה ..... 228

## מבוא לאופטיקה:

### שאלות:

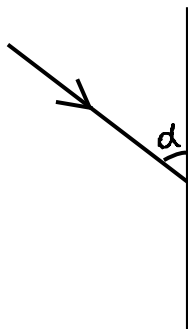
#### (1) תרגול אור במרחב

- מציבים מקור אור נקודתי מול מסך במרחק 4m מהמסך.  
 במרחק 1m ממקור האור מציבים מחסום בגובה 1.5m.  
 א. שרטט את הבעיה בקנה מידה לבחירתך.  
 ב. מצא את גודלו של הצל על הקיר:  
 i. בעזרת שרטוט.  
 ii. בעזרת חישוב.  
 ג. היכן היה צריך למקם המחסום, כדי שגודל הצל יהיה 2.5m?  
 ד. מוסיפים מקור אור זהה (בניסוי המקורי), במרחק של 1m מתחת למקור הראשון.  
 מצא, בעזרת שרטוט, את אזורי האור והצל השונים שמתקבלים.

#### (2) תרגול אור במרחב 2

- מהירות האור בריק היא:  $C = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .  
 א. היעזר בדף הנוסחאות, ומצא תוך כמה זמן מגיעה קרן אור שמוחזרת מהירח – אל כדור הארץ.  
 ב. מצא תוך כמה זמן מגיעה קרן היוצאת מהשמש אל כדור הארץ.  
 ג. אם אני מדליק פנס עכשיו, וחבר נמצא במרחק 3m ממני, תוך כמה זמן יגיע אליו האור מהפנס, מרגע שהדלקתי אותו?  
 ד. שנת אור מוגדרת כמרחק שאור עובר בשנה.  
 מצאו מהי שנת אור בעזרת הגדרה זו.

#### (3) החזרה תרגיל 1



- נתון מקור אור הפולט אור ומולו מוצבת מראה.  
 הזווית  $\alpha$  בשרטוט שווה  $76^\circ$ .  
 א. מה זווית ההחזרה של הקרן המשורטטת בתרשים?  
 ב. מצא, בעזרת שתי קרניים נוספות לבחירתך, את מיקום הדמות המדומה של העצם הנ"ל.  
 ג. מצא את שדה הראייה של העצם הנ"ל.  
 ד. מכסים בבד סגול את החצי העליון של המראה.  
 האם עדיין תיווצר דמות של העצם?

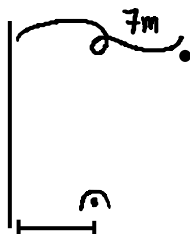
## (4) החזרה תרגיל 2



- נתון התרשים הבא, בו נער בגובה  $1.7\text{m}$  עומד לפני מראה.  
 א. שרטט קרן אור היוצאת מידו הימנית של הנער, פוגעת במראה וחוזרת לעיניו (הקרן מייצגת את הקרן/ הקרניים, שבזכותן הנער רואה את ידו במראה).  
 ב. שרטט (הכי מדויק שאפשר), את דמות הנער במראה.  
 ג. מציבים מאחורי המראה מסך סגול. האם עדיין יראה הנער את דמותו?

- ד. מה הגובה המינימאלי של המראה שיש להציב, כדי שדמות הנער תתקבל במלואה?  
 ה. מרחיקים את המראה למרחק כפול מגוף הנער. כיצד תשתנה תשובתך לסעיף ד'?

## (5) החזרה תרגיל 3



- מציבים מטבע מול מראה, במרחק  $7\text{m}$  ממנה, כמתואר בתרשים.  
 אדם שנמצא במורד התרשים רואה את המטבע בזווית  $30^\circ$ ,  
 ביחס לקו המקביל למראה, ואת דמותו של המטבע בזווית  $50^\circ$ .  
 חשב את מרחקו של האדם מהמראה.

## (6) תרגול חוק סנל 1

- קרן לייזר מתקדמת במים ( $n_{\text{water}} = 1.33$ ), ופוגעת במשטח זכוכית ( $n_{\text{glass}} = 1.5$ ).  
 חלק מהקרן נשבר לזכוכית וחלק מוחזר.  
 הזווית בין פני המים והקרן הפוגעת היא  $60^\circ$ .  
 א. חשבו את זווית השבירה.  
 ב. שרטטו את המקרה הנ"ל.

## (7) תרגול חוק סנל 2

- תלמיד שלח קרני אור בזוויות שונות מאוויר לעבר חומר שקוף בעל מקדם שבירה לא ידוע, ומדד את זוויות הפגיעה והשבירה המתאימה לה לזוויות פגיעה שונות. תוצאות המדידות בטבלה שלפניך:

| $\theta_1$ | $\theta_2$ |
|------------|------------|
| 0          | 0          |
| 10         | 7.33       |
| 20         | 14.57      |
| 30         | 21.57      |
| 40         | 28.21      |
| 50         | 34.28      |
| 60         | 39.55      |
| 70         | 43.71      |
| 80         | 46.40      |

- א. האם גרף  $\theta_2(\theta_1)$  מצופה שיצא לינארי?  
 ב. הגדר משתנים עבורם כן תצפה לקבל גרף לינארי.  
 ג. שרטט גרף לינארי זה.  
 ד. מצא, בעזרת הגרף, את מקדם השבירה של החומר השקוף הלא ידוע.

### 8) החזרה גמורה תרגיל 1

קרן אור מתקדמת בזכוכית ( $n = 1.5$ ), ופוגעת בגבול בין זכוכית זו ובין מים ( $n = 1.33$ ), בזוויות:

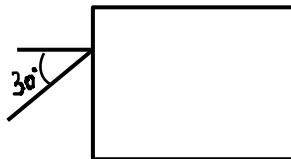
א.  $\theta_1 = 0^\circ$

ב.  $\theta_1 = 30^\circ$

ג.  $\theta_2 = 70^\circ$

שרטט את המשך מהלך הקרן, לאחר הפגיעה, בכל אחד משלושת המקרים.

### 9) החזרה גמורה תרגיל 2



נתון מלבן מפרספקס  $n = 1.5$ , כמתואר בתרשים.  
 קרן אור, המגיעה משמאל, פוגעת בפרספקס בזווית פגיעה של  $30^\circ$ .  
 השלם את מהלך הקרן בתוך הפרספקס.

### 10) עדשה מרכזת - תרגיל 1

נתונה עדשה מרכזת בעלת מוקד  $f = 8\text{cm}$ .  
 נתון עצם, בגובה  $H_0 = H\text{cm}$ , המונח במרחק  $12\text{cm}$  מהעדשה.

- א. מצא בעזרת שרטוט את:
- מיקום הדמות הנוצרת.
  - גובה הדמות.
  - ההגדלה הקווית.
- ב. מצא בעזרת חישובים את:
- מיקום הדמות.
  - גובה הדמות.
  - מצא מה אופי הדמות.
- ד. שרטט שתי קרניים היוצאות ממרכז העצם, פוגעות בעדשה וממשיכות לצדה השני.

**(11) עדשה מרכזת - תרגיל 2**

- לעדשה מרכזת מרחק מוקד של  $11\text{cm}$ .  
 מציבים עצם, שגובהו  $5\text{cm}$ , במרחק  $4\text{cm}$  מעדשה זו.
- א. מצא בעזרת שרטוט את:
    - i. מרחק הדמות מהעדשה.
    - ii. גובה הדמות.
    - iii. ההגדלה הקווית.
  - ב. מצא בעזרת חישוב מספרי את:
    - i. מרחק הדמות מהעדשה.
    - ii. גובה הדמות.
 השווה תשובותיך לסעיף ב, עם אלה של סעיף א.
  - ג. מניחים מסך במיקום הדמות.  
 האם ניתן לראות את הדמות על המסך?
  - ד. מניחים וילון שחור על המחצית העליונה של העדשה (מכסים אותה).  
 האם ניתן לראות את הדמות?
  - ה. מסירים וילון זה. ומניחים אותו בין העצם ודמותו.  
 האם עכשיו ניתן לראות את דמות העצם?

**(12) עדשה מפזרת – תרגיל 1**

- נתונה עדשה שעוצמתה  $C = 10D$ .  
 לפני העדשה, במרחק  $u = 8\text{cm}$ , מניחים עצם שגובהו  $H_0 = 4\text{cm}$ .
- א. מצא בעזרת חישוב את:
    - i. מיקום הדמות.
    - ii. גובהה.
    - iii. אופי הדמות.
  - ב. מצא בעזרת שרטוט את:
    - i. מיקום הדמות.
    - ii. גובהה.
  - ג. מהיכן ניתן לראות את הקצה העליון של דמות העצם (שדה ראייה)?

**(13) בגרות 2017 שאלה 6**

רמי ישב ליד בריכה ריקה. בתחתית הבריכה הונח מטבע, אבל ממקום מושבו של רמי לא היה אפשר לראות את המטבע כשהבריכה ריקה. התחילו למלא את הבריכה במים, וברגע מסוים ראה רמי את המטבע (רמי והמטבע לא זזו). מקדם השבירה של המים הוא:  $n = 1.33$ .

א. הגדר את תופעת השבירה של האור, וציין את סיבתה.

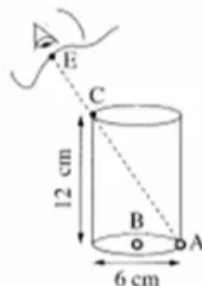
ב. הסבר מדוע ראה רמי את המטבע רק לאחר שהבריכה התמלאה חלקית במים. לווה את תשובתך בסרטוט מהלך קרניים.

נתון: קרן היוצאת מן המטבע ומגיעה לעין של רמי עוברת בתוך המים מרחק  $d = 0.61\text{m}$ . זווית השבירה של קרן זו היא:  $\beta = 13.6^\circ$ .

ג. חשב את עומק המים.

**(14) בגרות 2016 שאלה 7**

בתרשים שלפניך מוצב כלי ריק שצורתו גליל. גובה הכלי  $12\text{cm}$  וקוטרו  $6\text{cm}$ . בתחתית הכלי מונחים שני חרוזים קטנים מאוד: חרוז A צמוד לדופן הכלי וחרוז B במרכז התחתית של הכלי.



תלמיד הביט אל תוך הכלי בכיוון EC (הנקודה C נמצאת על שפת הכלי). כאשר הכלי היה ריק התלמיד ראה את חרוז A בלבד. מילאו את הכלי עד שפתו בנוזל שקוף. התלמיד הסתכל באותו כיוון וראה את חרוז B בלבד.

א. העתק את תרשים הכלי והעין למחברתך בלי הקו המקווקו. הוסף לתרשים שבמחברתך קרן אור שמגיעה מחרוז B, עוברת בתוך הנוזל אל נקודה C ומגיעה לעין התלמיד.

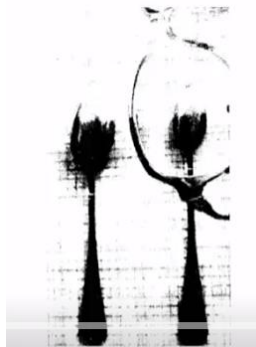
סמן בתרשים שבמחברתך את זווית הפגיעה ( $\alpha$ ) ואת זווית השבירה ( $\beta$ ) במעבר של קרן האור מהנוזל לאוויר.

ב. חשב את מקדם השבירה של הנוזל.

ג. קבע אם חרוז B נראה לתלמיד בעומק האמיתי שהוא היה בו, גבוה יותר או נמוך יותר. נמק את קביעתך באמצעות סרטוט תרשים נוסף של הכלי ומהלך הקרניים.

**15) בגרות 2016 שאלה 6**

תלמידה רצתה לבדוק את סוג העדשות במשקפיים של דודתה. לשם כך הניחה התלמידה שתי כפיות זהות על השולחן, והניחה עדשה של המשקפיים מעל אחת הכפיות. בתרשים שלפניך נראה תצלום הכפיות והמשקפיים שצילמה התלמידה.



- א. בכל אחת מן האפשרויות i-iii שלפניך, קבע מהו המאפיין הנכון של דמות הכפית הנראית מבעד לעדשה:
- i. ישרה או הפוכה.
  - ii. ממשית או מדומה.
  - iii. מוגדלת או מוקטנת.
- ב. האם העדשה מרכזת או מפזרת? נמק את תשובתך.
- ג. מצא את דמות הכפית באמצעות סרטוט מדויק של מהלך שלוש קרניים. נתון: רוחק מוקד העדשה:  $|f| = 12\text{cm}$ , מרחק העצם מהעדשה  $6\text{cm}$ , גובה העצם  $3\text{cm}$ .
- בסרטוט השתמש בקנה מידה של  $1\text{cm}$  משבצת  $1\text{cm}$  ס"מ.
- ד. חשב באמצעות נוסחאות את גובה הדמות ואת מרחקה מהעדשה. האם תוצאות החישוב מתאימות לאותם ערכים שהתקבלו בסרטוט?

**16 בגרות 2015 שאלה 7**

ילד הלובש חולצה שעליה מודפסת האות F עומד מול מראה מישורית התלויה על קיר (ראה איור).



- א. מהי התופעה הפיזיקאלית שגורמת להשתקפות הילד רק במראה ולא בקיר?  
 ב. המרחק של הילד מן המראה היה 1 מטר, והוא החל להתקרב אליה

$$v = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

- במהירות קבועה:  
 חשב בתוך כמה זמן יהיה המרחק בין הילד ובין דמותו 0.5 מטר.  
 ג. לפניך ארבע צורות IV-I של האות F. העתק למחברתך את המספר של צורת הדמות של האות F, כפי שהילד שמסתכל במראה רואה אותה.

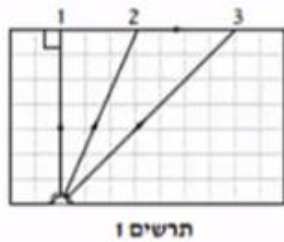
**17 בגרות 2014 שאלה 6**

- יאיר ישב במכונית ורצה לעיין במפה שבידיו (זה היה לפני עידן ה-G.P.S.).  
 בחוץ שרר חושך, ולכן יאיר הדליק נורה בתוך המכונית.  
 א. כדי שיראה היטב את המפה, האם על יאיר לכוון את אלומת האור מן הנורה לעבר עיניו או לעבר המפה? נמק.

- לאחר שיאיר הדליק את הנורה הוא התבונן בשמשת החלון של מכוניתו. הוא לא ראה את הסביבה שבחוץ, אלא את דמותו המשתקפת בשמשת החלון.  
 ב. הסבר באמצעות תרשים כיצד נוצרת הדמות המשתקפת בשמשת החלון.

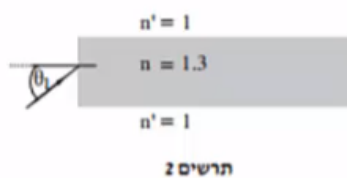
יאיר מאס בפקקי התנועה שבכבישים, והחליט לנסוע ברכבת. בתוך קרון הרכבת דלק אור, ומחוץ לרכבת שרר חושך. יאיר הבחין בשתי דמויות שלו המשתקפות בחלון הרכבת. חלון הרכבת מורכב משני לוחות זכוכית מקבילים וביניהם מרווח שבו שכבת אוויר.  
 אפשר להזניח את העובי של לוחות הזכוכית.

- ג. מדוע ברכבת הבחין יאיר בשתי דמויות, ולא בדמות אחת, כפי שראה במכוניתו? פרט את תשובתך.  
 ד. באותם תנאי תאורה הכניסו נייר שחור למרווח שבין שני לוחות הזכוכית. הנייר אוטם את כל המרווח. כמה דמויות השתקפו בחלון? נמק.

**(18) בגרות 2014 שאלה 7**


מקור אור נקודתי נמצא בתוך מנסרה מלבנית (תיבה) העשויה מחומר שקוף. המנסרה נמצאת באוויר. בתרשים 1 מוצג חתך של המנסרה המקביל לשתיים מדופנות המנסרה, וכן מוצג בו מהלכן של שלוש קרניים 1, 2, 3, שמקורן במקור האור. זווית השבירה של קרן 2 היא  $90^\circ$  בקירוב.

- א. העתק את תרשים 1 למחברתך, והשלם בו במדויק את המשך המהלך של קרן 1 ושל קרן 3. הסבר את שיקולך.
- ב. על פי התרשים, חשב את הזווית הגבולית (קריטית) למעבר אור מן החומר השקוף לאוויר.

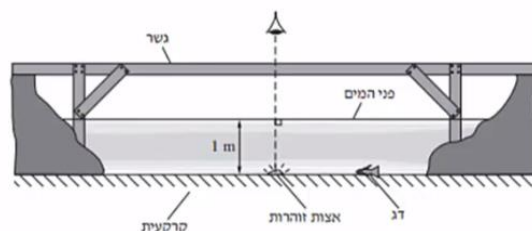


אפשר להעביר מידע למרחקים גדולים באמצעות סיבים אופטיים שאור מתפשט דרכם כמעט בלי הפסדי אנרגיה. בתרשים 2 מתואר חתך של סיב אופטי העשוי מחומר שקוף שמקדם השבירה שלו:  $n = 1.3$ , וקרן אור נכנסת לתוכו מן האוויר בזווית פגיעה  $\theta_1$ .

- ג. כאשר האור נכנס לסיב מהצד (כמתואר בתרשים 2), זווית הפגיעה  $\theta_1$  צריכה להיות קטנה מ- $57^\circ$  כדי למנוע דליפת (יציאת) אור מהסיב לאוויר. הסבר מדוע. בתשובתך היעזר בתרשים.

**(19) בגרות 2013 תרגיל 1**

בגן חיות יש בריכה ובה דגים ויצורי מים מיוחדים. מושבה של אצות זוהרות (פולטות אור) נחה על קרקעית הבריכה, בעומק של 1 מטר. מקדם השבירה של מי הבריכה ביחס לאוויר הוא:  $n = 1.33$ . מעל הבריכה נמתח גשר שממנו המבקרים יכולים לצפות בבריכה (ראה תרשים). התייחס למושבת האצות כאל מקור אור נקודתי.

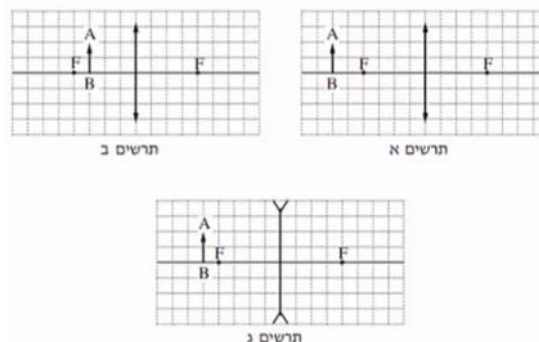


- א. האור שנפלט ממושבת האצות לעבר פני המים עובר לאוויר דרך משטח מעגלי של פני המים. הסבר מדוע. היעזר בתרשים מתאים.
- ב. חשב את הרדיוס של המשטח המעגלי שהאור עובר דרכו לאוויר.
- ג. אדם הניצב על הגשר בדיוק מעל מושבת האצות רואה אותה בעומק קטן יותר מהעומק האמיתי שהיא נמצאת בו. הסבר מדוע.

- ד. דג השוחה על קרקעית הבריכה, בעומק 1 מטר, רואה את השתקפות האצות באמצעות קרני אור המוחזרות מפני המים. חשב את המרחק (האופקי) המינימלי בין הדג לבין מושבת האצות, שהוא יכול לראות בו את השתקפות האצות באמצעות קרני אור המוחזרות בהחזרה מלאה.
- ה. כאשר הדג בעומק של 1 מטר, אבל המרחק בינו לבין מושבת האצות קטן יותר מהמרחק שחיבת בסעיף ד', הוא עדיין רואה את השתקפות האצות בפני המים. הסבר מדוע.

### (20) בגרות 2013 שאלה 6

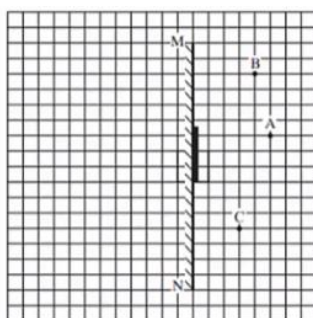
- אדם המרכיב משקפיים עם עדשות מרכזות זהות רואה בעזרתם את הדמות המדומה של עצם.
- א. הסבר את המושגים "דמות ממשית" ו"דמות מדומה", בהסברך תוכל להיעזר בתרשימים.
- ב. בתרשימים אי-ג' שלפניך החץ AB מייצג את העצם. קבע איזה תרשים מתאים לתיאור שבפתיח. נמק את קביעתך.



- ג. עוצמת העדשה היא 2 דיאטריות. מהו רוחק המוקד של העדשה?
- ד. המרחק בין הדמות לעדשה הוא 60cm. חשב את המרחק בין העצם לעדשה.

### (21) בגרות 2012 שאלה 1

- עצם ניצב לפני משטח מישורי.
- א. מה צריך להתקיים כדי שתיווצר דמות של העצם על ידי המשטח?
- ב. כאשר נוצרת דמות של העצם על ידי המשטח, איזה תנאי חייב להתקיים כדי שצופה המתבונן במשטח יראה בו את הדמות של העצם?
- באיור שלפניך מתואר חתך של מראה מישורית MN המכוסה במרכזת בכיסוי בד אטום. בנקודה A נמצא עצם נקודתי.
- בכל אחת מהנקודות B ו-C נמצא צופה (צופה B, צופה C). הנקודות A, B, C נמצאות על אותו מישור.



העתק למחברתך את התרשים כך שכל משבצת בתרשים תיוצג בתרשים תיוצג על ידי משבצת במחברתך.

ג. האם צופה B וצופה C רואים את הדמות A באותו מקום? הסבר.

ד. צלע של משבצת אחת מייצגת מרחק של 20 ס"מ במציאות. חשב את

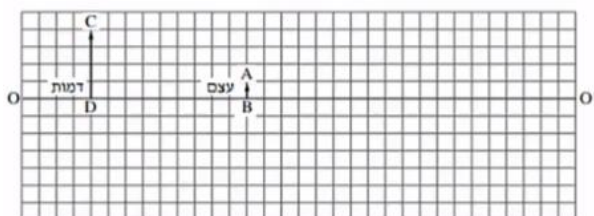
המרחק של הצופה הנמצא בנקודה C מהדמות של העצם A.

ה. צופה C מביט אל עבר המראה, אך אינו רואה בה את דמות העין של צופה B.

האם צופה B המביט אל עבר המראה רואה בה את דמות העין של צופה C? הסבר.

**22) בגרות 2011 שאלה 1**

בתרשים שלפניך הקטע  $OO'$  מסמן ציר אופטי של עדשה דקה (העדשה אינה מוצגת בתרשים). הקטע  $AB$  מסמן עצם, והקטע  $CD$  מסמן את הדמות של העצם הנוצרת בעזרת העדשה. הצלע של כל משבצת בתרשים – 1 ס"מ.



א. מדוע הדמות המתוארת בתרשים יכולה להיווצר רק בעזרת עדשה מרכזת?

העתק למחברתך את התרשים כך שכל משבצת בתרשים תיוצג על ידי משבצת במחברתך. השתמש בתרשים שסרטטת כדי לענות על סעיפים ב'–ג'.

ב. מצא, בעזרת סרטוט של מהלך קרני האור, את מיקום העדשה, והוסף אותה לתרשים.

ג. מצא את רוחק המוקד של העדשה בשתי דרכים:

i. סרטוט של מהלך קרני האור.

ii. חישוב.

ד. כשהמרחק בין העצם לעדשה גדול מערך מסוים  $u_1$ , נוצרת דמות הפוכה

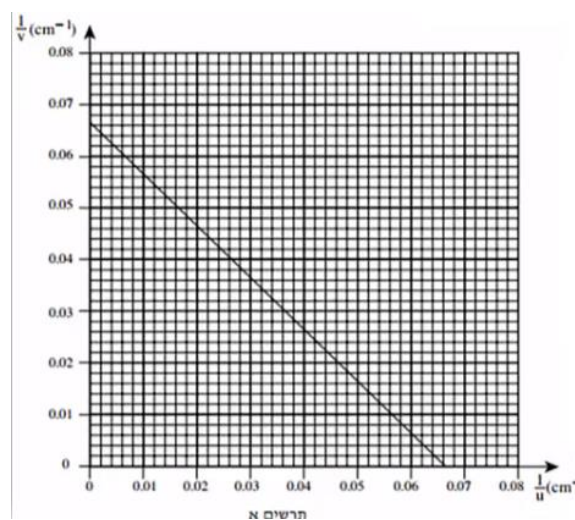
ביחס לעצם. קבע מהו  $u_1$ .

ה. כשהמרחק בין העצם לעדשה שווה לערך מסוים  $u_2$ , הגדול מ- $u_1$ , נוצרת

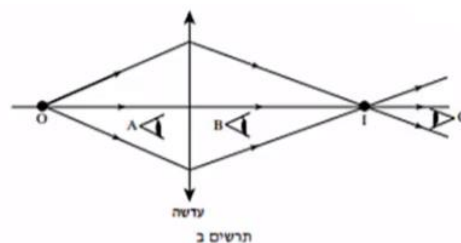
דמות באותו גובה של הדמות CD שבתרשים. מצא את  $u_2$ .

**(23) בגרות 2009 שאלה 1**

ברק הציב מקור אור במרחקים שונים מעדשה דו-קמורה דקה. בכל פעם הוא מדד את המרחק של מקור האור מן העדשה ( $u$ ), ואת המרחק של המסך שעליו התקבלה דמות חדה של מקור האור מן העדשה ( $v$ ). לאחר מכן הוא חישב את ערכי  $\frac{1}{u}$  ו- $\frac{1}{v}$ , ועל פי ערכים אלה סרטט גרף של  $\frac{1}{v}$  (ביחידות  $\text{cm}^{-1}$ ) כפונקציה של  $\frac{1}{u}$  (ביחידות  $\text{cm}^{-1}$ ).  
 הגרף מוצג בתרשים א'.



- הסבר מדוע הגרף שהתקבל הוא קו ישר.
- מצא בעזרת הגרף את רוחק המוקד של העדשה. פרט את חישוביך.
- כאשר הציב ברק את מקור האור במרחק 10 ס"מ מן העדשה, הוא לא הצליח למקם את המסך כך שתתקבל עליו דמות חדה של מקור האור. הסבר מדוע.
- בתרשים ב' שלפניך מתואר עצם נקודתי O ודמותו I, הנוצרת על ידי עדשה מרכזת דקה.



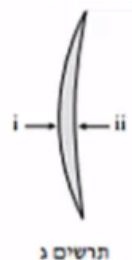
האם אפשר לראות את הדמות I גם ללא מסך?  
 אם כן – באיזו מהנקודות A, B או C צריכה להימצא העין (על פי כיווני ההסתכלות שלה המתוארים בתרשים) כדי לראות את הדמות I?

אם לא – היעזר בתרשים ב', והסבר מדוע אי-אפשר לראות את הדמות ללא מסך.

ה. בתרשים ג' שלפניך מתואר חתך של עדשה קמורה-קעורה דקה עשויה מזכוכית. מטילים על העדשה פעמיים אלומת אור מקבילה ואופקית, המתפשטת באוויר:

במקרה i אלומת האור פוגעת תחילה במשטח הקמור.

במקרה ii אלומת האור פוגעת תחילה במשטח הקעור.



העתק למחברתך את המספר של המשפט הנכון מבין המשפטים i-iv שלפניך:

- i. העדשה מרכזת את האור בשני המקרים.
- ii. העדשה מרכזת את האור במקרה i ומפזרת אותו במקרה ii.
- iii. העדשה מפזרת את האור במקרה i ומרכזת אותו במקרה ii.
- iv. העדשה מפזרת את האור בשני המקרים.

## 24 בגרות 2007 שאלה 2

על ספסל אופטי המונח על שולחן, מציבים מקור אור שצורתו מלבן (מלבן מלא). עדשה מרכזת שרוחק המוקד שלה הוא:  $f = 30\text{cm}$ , ומסך.

מקור האור, העדשה והמסך מקבילים זה לזה. שתיים מהצלעות של מקור האור המלבני מאונכות לשולחן. הדמות של מקור האור מתקבלת על המסך, וגובהה גדול פי 2 מהגובה של מקור האור.

- א. חשב את המרחק של מקור האור מן העדשה.
- ב. פי כמה גדול שטח הדמות מהשטח של מקור האור? נמק.
- ג. מציבים את מקור האור במרחק  $160\text{cm}$  מן המסך. באיזה מרחק ממקור האור יש להציב את העדשה, כדי שתתקבל על המסך דמות חדה שלו? אם יש יותר מאפשרות אחת, כתוב את כולן.

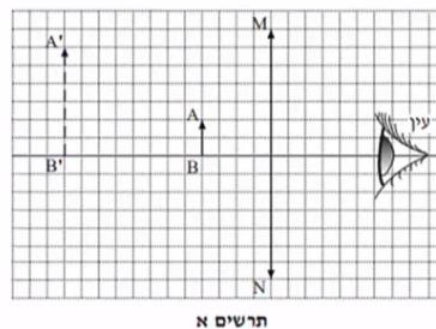
האיור שלפניך הוא העתק של תצלום שבו מראה מישורית המונחת על לוח עץ, ופנס הפנס פולט אלומת אור הפוגעת בלוח העץ ובמראה שעליו. מלבד הפנס אין מקורות אור נוספים.



ד. מדוע המראה שבתצלום נראית חשוכה, ואילו החלק של לוח העץ שבו פוגעת אלומת האור נראה מואר?

### 25) בגרות 2004 שאלה 1

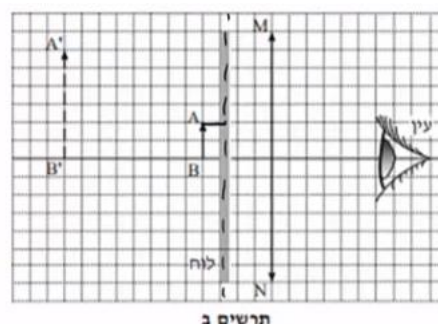
בתרשים א' מוצגת מערכת, ובה עדשה מרכזת,  $MN$ , הציר האופטי שלה, בול דואר,  $AB$ , הדמות של הבול,  $A'B'$ , הנוצרת על ידי העדשה, ועין הצופה המתבונן בבול. אורך הצלע של כל משבצת בתרשים מייצג מרחק של 5 ס"מ במציאות.



א. ענה על הסעיפים הבאים:

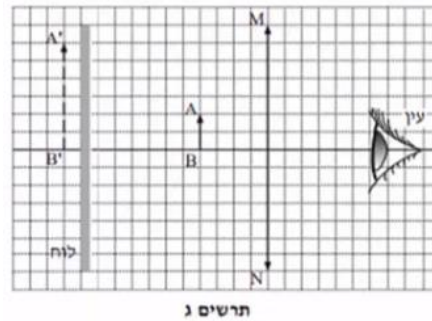
- i. מצא את אורך מוקד העדשה.
- ii. חשב את עוצמת העדשה. הצג את תשובתך בדיופטר.

באותה מערכת מציבים לוח אטום לאור לפני הבול, בין הבול לעדשה (ראה תרשים ב').



ב. האם במצב זה יוכל הצופה לראות את הבול? נמק.

את הלוח האטום לאור מעבירים אל מאחורי הבול, כמוצג בתרשים ג'.



ג. האם במצב זה יוכל הצופה לראות את הבול? נמק.

ד. מסלקים את הלוח האטום. הבול, העדשה והעין נשארים במקומם. הצופה מתבונן בבול דרך העדשה (ראה תרשים א'), ואחר כך הוא מסלק את העדשה ומתבונן בבול.

באיזה משני המצבים (עם העדשה או בלי העדשה) הבול נראה לצופה גדול יותר? הסבר את תשובתך במונחים של זוויות ראייה.

ה. העתק למחברתך את תרשים א'. (כל משבצת בתרשים תהיה משבצת במחברת). סרטט קרן, המופצת מראש הבול (A), עוברת בעדשה, וחודרת למרכז האישון של עין הצופה.

תאר כיצד קבעת את מהלך הקרן שסרטטת.

## תשובות סופיות:

- (1) א. ראה סרטון. ב. i. 6m ii. 6m ג. 2.4m ד. ראה סרטון.
- (2) א.  $t = 1.28 \text{ sec}$  ב.  $t \cong 8\frac{1}{3} \text{ min}$  ג.  $t = 10^{-9}$  ד.  $9.47 \cdot 10^{15} \text{ m}$
- (3) ראה סרטון.
- (4) א. ראה סרטון. ב. ראה סרטון. ג. כן. ד. 0.85m
- (5) 2.43m
- (6) א.  $26.3^\circ$  ב. ראה סרטון.
- (7) א. לא. ב.  $\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \theta_1$  ג. ראה סרטון. ד. 1.353
- (8) ראה סרטון.
- (9) ראה סרטון.
- (10) א. ראה סרטון. ב. i.  $V = 24 \text{ cm}$  ii.  $H_i = 8 \text{ cm}$  ג. הפוכה, מוגדלת, ממשית. ד. ראה סרטון.
- (11) א. ראה סרטון. ב. i.  $V \approx 6.5 \text{ cm}$  ii.  $H_i \approx 7.95 \text{ cm}$  ג. לא. ד. כן. ה. כן.
- (12) א. i.  $V = -4.4 \text{ cm}$  ii.  $H_i = 2.2 \text{ cm}$  ב. ראה סרטון. ג. ראה סרטון. ד.  $V = 0.4 \text{ cm}$ ,  $H_i = 2 \text{ cm}$ , כן. iii. מדומה, מוקטנת, ישרה.
- (13) א. ראה סרטון. ב. ראה סרטון. ג.  $h = 0.6 \text{ m}$
- (14) א. ראה סרטון. ב. 1.85 ג. נמוך יותר.
- (15) א. i. ישרה. ii. מדומה. iii. מוקטנת. ב. מפזרת. ג. ראה סרטון.
- (16) א. החזרה מסודרת, מתקבלת דמות במפגש הקרניים המוחזרות. ב. 1.5sec ג. IV.
- (17) א. לעבר המפה. ב. ראה סרטון. ג. כל משטח מתפקד כמראה עצמאית. ד. דמות 1.
- (18) א. ראה סרטון. ב.  $\theta_c = 23.2^\circ$  ג. ראה סרטון.
- (19) א. ראה סרטון. ב.  $r = 1.14 \text{ m}$  ג. ראה סרטון. ד.  $x = 2.28 \text{ m}$  ה. ראה סרטון.
- (20) א. דמות ממשית – מתקבלת במפגש המשכי הקרניים הממשיות. דמות מדומה – מתקבלת בנקודת מפגש המשכי הקרניים המדומות. ב. תרשים ב'. ג. 50cm ד.  $u = 27.3 \text{ cm}$

- (21) א. 1. קרניים שיצאו מהסוף, 2. ההחזרה מהמשטח תהיה מסודרת.  
 ב. הצופה יימצא בשדה הראייה של הדמות. ג. כן. ד.  $2m$ .  
 ה. לא.
- (22) א. הדמות לא יכולה להיווצר בעדשה מפזרת. ב. ראה סרטון.  
 ג.  $4cm$ . ד.  $u > f$ . ה.  $u_2 = 8cm$ .
- (23) א. ראה סרטון. ב.  $15.1cm$ . ג. ראה סרטון.  
 ד. כן. ה. i.
- (24) א.  $u = 45cm$ . ב. פי 4. ג.  $u_1 = 120cm$ ,  $u_2 = 40cm$ .  
 ד. ראה סרטון.
- (25) א. i.  $f = 30cm$ . ii.  $C = 3.33D$ . ב. לא. ג. כן.  
 ד. ראה סרטון. ה. ראה סרטון.

# יסודות הפיזיקה א 20113 -

פרק 19 - גלים

תוכן העניינים

1. גלים והתאבכות גלים ..... 244

## גלים והתאבכות גלים:

### שאלות:

#### (1) תרגול גל 1

פולס נע ימינה בחבל.



מתוארת צורתו בשני זמנים שונים:  $t = 0$ ,  $t = 2\text{sec}$ .

א. מה משרעת הפולס?

ב. מה מהירות התקדמותו?

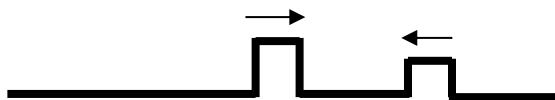
ג. מה כיוון תנועת החלקיק בחבל שנמצא בנקודה A ברגע  $t = 0$ ?

ד. מה כיוון תנועת החלקיק בחבל שנמצא בנקודה B ברגע זה?

#### (2) תרגול גל 2

מציירים בחבל שתי הפרעות כמתואר בתרשים:  $v = 10 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ .

שרטט את החבל בזמנים הבאים:



א.  $t = 8\text{sec}$

ב.  $t = 16\text{sec}$

ג.  $t = 18\text{sec}$

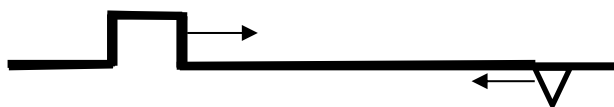
ד.  $t = 22\text{sec}$

#### (3) תרגול גל 3

בחבל מייצרים שתי הפרעות שונות בשני קצותיו שמתקדמות אחת לקראת

השנייה, כמתואר בתרשים:  $v = 0.5 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ .

שרטט את צורת החבל בזמנים הבאים:



א.  $t = 8\text{sec}$

ב.  $t = 12\text{sec}$

ג.  $t = 13\text{sec}$

ד.  $t = 16\text{sec}$

#### (4) תרגול גל 4

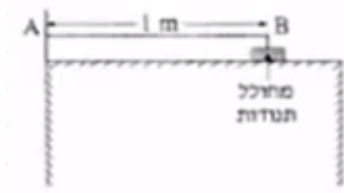
פולס משולש נע בחבל ומגיע לקצהו. שרטט את החבל + הפולס במקרים הבאים:

א. קצה החבל קשור לקיר.

ב. קצה החבל מולבש על טבעת חופשיה למנוע על פני ציר שעובר דרכה.

ג. קצה החבל קשור לחבל כבד יותר.

ד. קצה החבל קשור לחבל קל יותר.

**(5) תרגול גל עומד**

חוט AB, שאורכו 1m, קשור בקצהו B למחולל תנודות, ובקצהו A למוט קבוע (ראה תרשים).  
כאשר תלמיד מפעיל את מחולל התנודות, נוצר בחוט AB גל, שמוחזר מהקצה A.  
התלמיד מגדיל ברציפות את תדירות מחולל התנודות ורושם את התדירויות בכל פעם שנוצר בחוט AB גל עומד. תוצאות הניסוי רשומות בטבלה שלפניך:

| $\frac{1}{\lambda} (\text{m}^{-1})$ | $\lambda (\text{m})$ | צורת הגל העומד                                                                    | f - תדירות התנודות (Hz) |
|-------------------------------------|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
|                                     |                      |  | 24                      |
|                                     |                      |  | 45                      |
|                                     |                      |  | 67                      |
|                                     |                      |  | 88                      |

התייחס לנקודה B כנקודת צומת.

א. העתק את הטבלה למחברתך, ורשום בעמודה את אורך הגל  $\lambda$ , לכל אחד מארבעת הגלים העומדים שנוצרו בחוט?

ב. רשום בעמודה המתאימה בטבלה את הערך  $\frac{1}{\lambda}$  לכל אחד מארבעת הגלים,

וסרטט גרף של התדירות f כפונקציה של  $\frac{1}{\lambda}$ .

ג. מצא בעזרת הגרף את מהירות התפשטותו של גל בחוט AB.

ד. התלמיד ממשיך להגדיל את תדירות מחולל התנודות.

מהי התדירות הראשונה (הגבוהה מ-88Hz) שייוצר בה גל עומד בחוט AB? נמק.

**(6) תרגול גל מחזורי 1**

מופיעים לפניכם גרפי העתק זמן והעתק מקום של חבל מסוים.

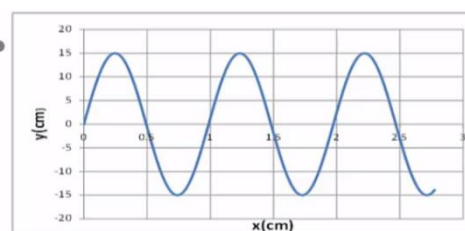
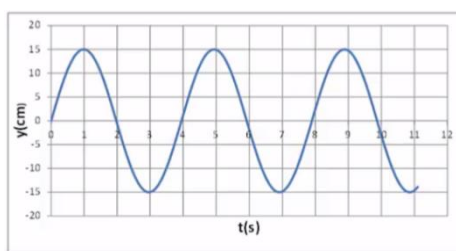
א. מהי משרעת הגל?

ב. מהו אורך הגל המתקדם בחבל?

ג. מה זמן המחזור של הגל?

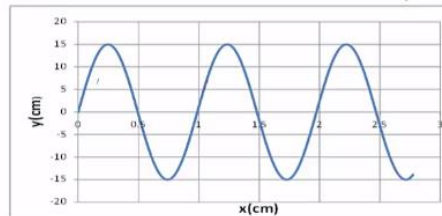
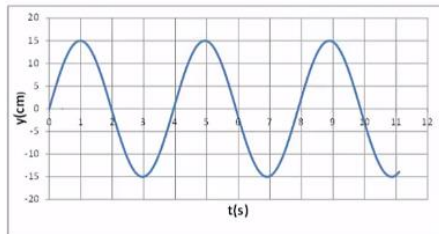
ד. מה מהירות הגל?

ה. לאיזה נקודה/נקודות בחבל יכול להתאים גרף ההעתק זמן (השמאלי)?



**7) תרגול גל מחזורי 2**

לפניכם גרף העתק-מקום והעתק-זמן של הגוף מהשאלה הקודמת.  
 מכפילים את תדירות מחולל הגלים (מקור).  
 שרטטו את גרף העתק-זמן והעתק-מקום החדשים.


**8) תרגול גל מחזורי 3**

- לפניך שני תצלומים (נראים זהים). הימני : גל מתקדם, השמאלי : גל עומד בקהל.
- קבע את אורך הגל של כל אחד מהגלים בחבל.
  - שרטט את החבל  $\frac{1}{4}$  זמן מחזור לאחר תצלום זה.
  - שרטט את החבל  $\frac{1}{2}$  זמן מחזור לאחר תצלום זה.
  - בחר בכל תצלום נקודה מימין ומשמאל למשרעת, וצייר את כיוון תנועתה מיד לאחר צילום זה.


**9) תרגיל 1**

מהירות גל במיתר מתוח 25 מטר בשנייה. קושרים את היתר בין שני כנים שהמרחק ביניהן 3 מטר.  
 מניעים את המיתר בעזרת מתנד.  
 באיזו תדירות יש לנדנד אותו כך שיווצר בו גל עומד עם 12 נקודות צומת (כולל הקצוות)?

- 45.8 הרץ.
- 70 הרץ.
- 8.3 הרץ.
- 75 הרץ.
- 80.7 הרץ.

**(10) תרגיל 2**

מיתר בעל אורך 90 ס"מ קשור בשני קצותיו. כשמנדנדים אותו בתדירות 150 הרץ, נוצר בו גל עומד עם 8 נקודות צומת (כולל הקצוות). מהירות גל במיתר הנ"ל:

א.  $15.3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב.  $38.6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ג.  $17 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ד.  $34.3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

**(11) תרגיל 3**

מנדנדים מיתר מתוח הקשור בשני קצותיו בתדירות 100 הרץ. אורך המיתר 3 מטר. במיתר נוצר גל עומד עם 5 נקודות צומת (כולל הקצוות). מהי מהירות הגל במיתר?

א.  $150 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב.  $100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ג.  $330 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ד.  $20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ה.  $340 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

**(12) תרגיל 4**

מיתר של גיטרה משמיע עם הפריטה עליו צליל בתדירות של 300 הרץ. אם רוצים להפיק מהמיתר צליל בעל תדירות של 900 הרץ:

א. אין כל דרך להפיק את התדירות הנ"ל מהמיתר.

ב. יש להקטין את המתיחות במיתר פי 3.

ג. יש לקצר את המיתר פי 3.

ד. יש להאריך את המיתר פי 3.

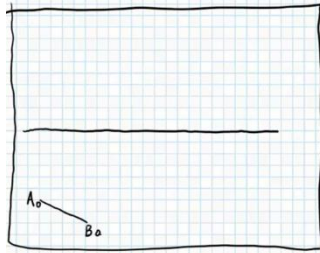
ה. יש להגדיל את המתיחות פי 2.

**(13) תרגיל החזרה גלים דו ממדיים**

נתון אמבט גלים הבא בו מתקדם גל ישר  $A_0B_0$ . באמבט קיים גם מחסום.

א. הוסף לתרשים חץ המתאר את כיוון התקדמות הגל  $A_0B_0$ .

ב. הוסף לתרשים את חזית הגל לאחר שהחזרה מהמחסום.



ג. הוסף לתרשים חיצים המתארים את זוויות פגיעת והחזרת הגל כפי שהן מוחזרות לאור.

ד. הוסף לתרשים חיצים המתארים את זוויות פגיעת והחזרת הגל כפי שהן מוחזרות לגלי מים.

ה. הוסיפו לתרשים את חזית הגל, ברגע שבו אמצע חזית הגל נוגעת במחסום.

**(14) תרגול מעבר תווך גלי מים**

נתון אמבט גלים בו נע גל לפי התרשים הבא.

במרכז האמבט מוקם מחסום כך שגובה המים

בחלק הימני נמוך יותר.

מקור גלים בקצה השמאלי של האמבט מייצר גל

ישר מחזורי בתדירות 4 הרץ.

מהירות הגל במים בחלק העמוק היא 20 ס"מ לשנייה.

הגל מתקדם ועובר לתווך הימני כמתואר בתרשים.

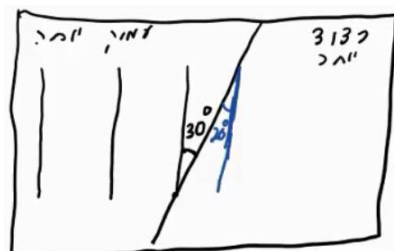
א. מה מהירות גל המים בתווך הרדוד יותר?

ב. מהו אורך הגל  $\lambda_1$  בחלק העמוק?

ג. מהו אורך הגל  $\lambda_2$  בחלק הרדוד?

ד. הוסיפו לתרשים (איכותית) עוד 2 אורכי גלים לאחר

מעבר גל המים לתווך הרדוד.


**(15) תרגול אנרגיה ומשרעת של גל**

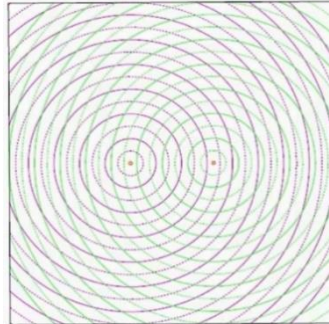
גל מעגלי מתפשט באמבט גלים. משרעתו, כשהיה מעגל ברדיוס 3cm, הייתה 1cm.

א. פי כמה תהיה קטנה האנרגיה שלו כשיתפשט לרדיוס של 15cm?

ב. מה תהיה משרעתו במצב זה?

**16) התאבכות גלי מים – תרגיל 1**

נתון תרשים של אמבט גלים ובו 2 מקורות בעלי אורך גל זהה ושווי מופע.  
 קווים רציפים מייצגים שיא בגל וקווים מקווקוים – שפל.  
 זהו את קווי המקסימום והמינימום בתרשים.


**17) התאבכות גלי מים – תרגיל 2**

נתון אמבט גלים בו 2 מקורות שהמרחק ביניהם 7 ס"מ.  
 המקורות מכים במים במופע זהה בתדירות 20 הרץ.  
 מהירות התקדמות הגלים באמבט היא 25 ס"מ לשנייה.

- א. מה אורך הגל של הגלים שיוצרים המקורות?  
 ב. קבע, לגבי כל אחת מהנקודות הבאות: A, B, C, D בתרשים, האם היא על קו מקסימום, על קו מינימום או נק' ביניים:
- i. A - מרחקה מהמקור הראשון - 4 ס"מ ומהמקור השני - 2.8 ס"מ.
  - ii. B - מרחקה מהמקור הראשון - 5 ס"מ ומהמקור השני - 3.2 ס"מ.
  - iii. C - מרחקה מהמקור הראשון - 7 ס"מ ומהמקור השני - 3.4 ס"מ.
  - iv. D - מרחקה מהמקור הראשון - 8 ס"מ ומהמקור השני - 6.5 ס"מ.
- ג. כמה קווי מקסימום וכמה קווי מינימום יופיעו באמבט?

**18) שאלה 1 בהתאבכות גלי מים**

שני מקורות גל זהים A ו-B נמצאים בנקודות  $(0,0)$  ו- $(6,0)$ . המקורות משדרים באורך גל של 1cm לכל הכיוונים. על ציר y מתקבלת התאבכות בונה בנקודות הבאות (המספרים בס"מ):

- א.  $(0,1.1)$   $(0,2.5)$   $(0,4.5)$   $(0,8)$   $(0,17.5)$ .
- ב.  $(0,1)$   $(0,2)$   $(0,4)$   $(0,8)$   $(0,16)$   $(0,32)$ .
- ג.  $(0,6)$   $(0,12)$   $(0,18)$   $(0,24)$   $(0,30)$ .
- ד.  $(4,4.5)$   $(4,8)$   $(4,17.5)$   $(3,2)$ .
- ה.  $(0,4.2)$   $(0,8.7)$   $(0,16.5)$   $(0,0)$ .
- ו.  $(0,4.5)$   $(0,8)$   $(0,17.5)$ .

**19) שאלה 2 בהתאבכות גלי מים**

שני מקורות גל זהים ושווי מופע ממוקמים בנקודות  $(0,0)$  ו- $(5,0)$  (הערכים בס"מ). אורך הגל של כל אחד מהם 2 ס"מ. היכן על ציר  $y$  תתקבל התאבכות בונה מסדר ראשון? (הערכים בס"מ).

- א.  $(5, 2.5)$ .
- ב.  $(0, 5.25)$ .
- ג.  $(0, 6)$ .
- ד.  $(0, 2.5)$ .
- ה.  $(0, -5.25)$ .

**20) שאלה 3 בהתאבכות גלי מים**

שני מקורות גל זהים A ו-B נמצאים בנקודות  $(0,5)$  ו- $(0,-5)$ . בנקודה  $(10,10)$  מתקבלת התאבכות בונה מסדר ראשון (כל המספרים נתונים בס"מ) אורך הגל הוא בקירוב:

- א. 8.5 ס"מ.
- ב. 5 ס"מ.
- ג. 7.3 ס"מ.
- ד. 15 ס"מ.
- ה. 6.8 ס"מ.

**21) שאלה 4 בהתאבכות גלי מים**

באמבט גלים ממקמים שני מתנדים בשתי נקודות  $(4,2)$  ו- $(7,6)$ . המתנדים רוטטים בתדירות זהה ובאותו מופע. בנקודה  $(10,10)$  מתקבלת התאבכות בונה מסדר שלישי. מהו אורך הגל? (הגדלים המספריים במטרים).

- א. 1.67m.
- ב. 0.62m.
- ג. 2.79m.
- ד. 6.83m.
- ה. 1.23m.

### (22) התאבכות אור תרגיל 1

מאירים בלייזר בעל אורך גל 500 ננומטר לוחית בעלת 2 סדקים בעלי  $d = 0.2\text{mm}$ . במרחק  $L = 3\text{m}$  נמצא מסך.

- א. מהו רוחב פס אור כל עוד אנחנו בזווית קטנות?
- ב. מהו מרחקו ממרכז התבנית של מרכז פס האור מסדר רביעי?
- ג. מהו מרחקו ממרכז תבנית ההתאבכות של קו החושך מסדר שביעי?
- ד. מה מרחקו ממרכז תבנית ההתאבכות של מרכז פס האור מסדר 200?

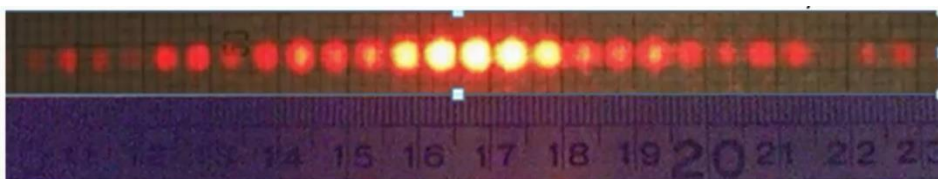
### (23) התאבכות אור תרגיל 2

מאירים בלייזר ירוק בעל אורך גל לא ידוע על לוחית ובה 2 סדקים שהמרחק ביניהם 0.15 מ"מ. מניחים מסך שאורכו  $h = 1\text{m}$  במרחק 3 מטר מהלוחית כך שמרכז המסך בדיוק מול הסדקים. הזווית למקסימום מסדר חמישי נמדדת ושווה ל-1 מעלה.

- א. מה אורך הגל של הלייזר?
- ב. מה מרחקו של המינימום מסדר חמישי ממרכז המסך?
- ג. כמה קווי חושך התקבלו על המסך?
- ד. אם נחליף המסך במסך ארוך מאוד שיונח באותו מיקום, כמה פסי אור ייווצרו על המסך?

### (24) התאבכות אור תרגיל 3

לוקחים לייזר אדום בעל אורך גל לא ידוע ומציבים לפניו לוחית בעלת 2 סדקים שהמרחק ביניהם 0.25 מ"מ. ממקמים מסך במרחק 1.8 מטר מהלוחית. על המסך מתקבלת תבנית ההתאבכות הבאה, לצד סרגל שהודבק למסך מראש.



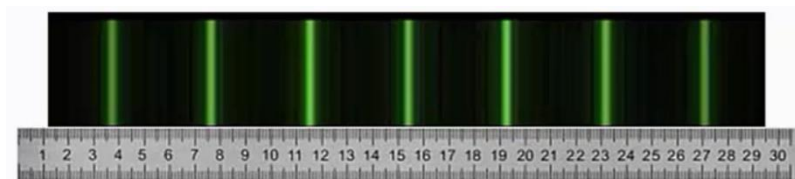
- א. מצא את אורך הגל של הלייזר בדרך המדויקת ביותר.
- ב. איזה מהנקודות בצילום הינה נקודת המקסימום המרכזי?
- ג. לאיזה נקודה בצילום מגיע אור שמרחקו מאחד הסדקים גדול ב-3 אורכי גל מאשר מרחקו מהסדק השני?
- ד. לאיזה נקודה על המסך מגיע אור שמרחקו מאחד הסדקים גדול ב-4.5 אורכי גל מאשר מרחקו מהסדק השני?
- ה. מהן 3 הדרכים אשר ניתן לצופף בהן את תבנית ההתאבכות?

**(25) התאבכות אור בסריג – תרגיל 4**

- מאירים בלייזר בעל אורך גל לא ידוע על סריג בעל קבוע של 100 חריצים למ"מ. מציבים מסך במרחק 1 מטר מהסריג כך שמרכזו מול מרכז הסריג ומול קרן הלייזר. אורך המסך 4 מטר.
- מיקומו של קו המקסימום הראשון נמדד ושווה ל-6.5 ס"מ ממרכז המסך.
- מהו אורך הגל של הלייזר?
  - מה מיקומו של קו המקסימום מסדר שני?
  - מה מיקומו של קו המקסימום מסדר חמישי?
  - כמה קווי מקסימום יתקבלו על המסך?
  - בהנחה שמחליפים מסך זה במסך ארוך מאוד באותו המיקום, כמה קווי מקסימום יתקבלו עליו?

**(26) התאבכות אור בסריג – תרגיל 5**

- מאירים בלייזר ירוק בעל אורך גל 550 ננומטר על סריג בעל קבוע לא ידוע, ומציבים מסך במרחק 2.5 מטר מהסריג.
- על המסך שעליו מודבק סרגל מתקבלת התמונה הבאה:



- מצאו את קבוע הסריג בדרך המדויקת ביותר.
- באיזה זווית ביחס לאנך האמצעי יתקבל קו המקסימום מסדר 20?
- מה יקרה לתבנית ההתאבכות אם נחליף את הלייזר הירוק בלייזר כחול?

**(27) התאבכות אור בסריג – תרגיל 6**

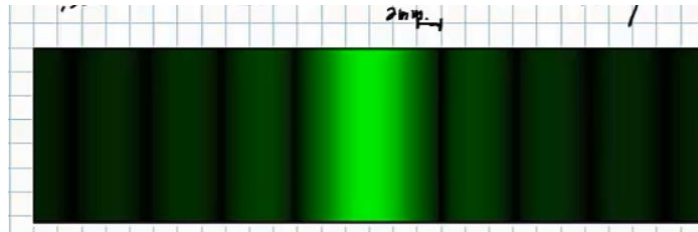
- אור לבן פוגע בסריג עקיפה בעל קבוע 300 חריצים למ"מ. מסך ארוך מונח במרחק 2 מטר מהסריג.
- מה רוחב הפס הצבעוני מסדר ראשון?
  - מה הזווית שנפתחת בין המקסימום האדום מסדר שני, והסגול מסדר שני?
  - הוכח שקיימת חפיפה בצבעים בין הסדר השני לסדר השלישי.

**(28) עקיפה מסדק יחיד – תרגיל 1**

- תלמיד מאיר בלייזר אדום בעל אורך גל 670 ננומטר סדק שרוחבו 0.3 מ"מ. תבנית עקיפה מתקבלת על מסך במרחק 1.5 מטר.
- מה רוחבו של המקסימום המרכזי?
  - מה רוחבו של מקסימום משני, מסדר נמוך?

**29) עקיפה מסדק יחיד – תרגיל 2**

לוקחים לייזר ירוק בעל אורך גל 530 ננומטר. מציבים אותו לפני סדק בעל רוחב לא ידוע, ועל מסך משבצות במרחק 3 מטר מהסדק מתקבלת תבנית ההתאבכות הבאה:

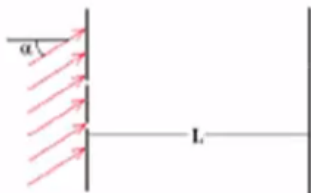


נתון שרוחב משבצת על הלוח הוא 2 מ"מ.

- א. מה רוחב הסדק?
- ב. כמה קווי צומת יתקבלו על מסך ארוך מאוד?
- ג. מה יקרה לתבנית ההתאבכות אם נגדיל את רוחב הסדק?

**30) שאלה בהתאבכות גלי אור**

דרך משטח מישורי עם שני סדקים צרים מאוד מעבירים גל מישורי בעל אורך גל  $\lambda$  המתקדם בכיוון היוצר זווית קטנה  $\alpha$  עם האנך למשטח (ראו ציור).



המרחק בין הסדקים הוא  $d$  כאשר  $d \gg \lambda$ . מודדים את העוצמה במרכז לוח מישורי הנמצא במרחק  $L \gg d$  מהמשטח עם הסדקים, כלומר בנקודה הנמצאת מול נקודת האמצע בין שני הסדקים. העוצמה הנמדדת היא 0.

מהי הזווית הקטנה ביותר  $\alpha$  המסבירה מדידה זו?

- א.  $\alpha = 0$ .
- ב.  $\alpha = \frac{\lambda}{2d}$ .
- ג.  $\alpha = \frac{2\lambda}{\pi d}$ .
- ד.  $\alpha = \frac{2\lambda}{d}$ .
- ה.  $\alpha = \frac{2\pi\lambda}{d}$ .
- ו.  $\alpha = \frac{\lambda}{\pi d}$ .

**(31) שאלה 2 בהתאבכות גלי אור**

שני גלים אלקטרומגנטיים העוברים כל אחד דרך סדק צר יוצרים תבנית התאבכות

על פני מסך רחוק. הגל העובר דרך הסדק הראשון מתואר ע"י:  $\vec{E}_1 = A_1 \cdot e^{i(kz - \omega t)} \hat{x}$

הגל העובר דרך הסדק השני מתואר ע"י:  $\vec{E}_2 = A_1 \cdot e^{i(kz - \omega t)} (-\hat{y})$

היחס בין העוצמה המקסימלית לעוצמה המינימלית הוא:

א.  $\sqrt{2}:1$

ב.  $1:0$

ג.  $1:1$

ד.  $2:1$

ה.  $4:1$

ו.  $3:2$

**(32) שאלה 1 – גלי קול**

אם נניח, כי עוצמת סף השמע היא:  $10^{-16} \frac{W}{cm^2}$

מהי העוצמה ביחידות הנ"ל בסף הכאב 140dB (כלומר, כמה  $\frac{W}{cm^2}$  יש ב-140dB)?

א.  $14 \cdot 10^{-16} \frac{W}{cm^2}$

ב.  $10^{-14} \frac{W}{cm^2}$

ג.  $140 \frac{W}{cm^2}$

ד.  $10^4 \frac{W}{cm^2}$

ה.  $10^{-2} \frac{W}{cm^2}$

**(33) שאלה 2 – גלי קול**

פי כמה גדולה עוצמת קול של 100 דציבל מעוצמת קול של 10 דציבל?

א. פי 10

ב. פי 100

ג. פי 1,000

ד. פי 10,000

ה. פי 1,000,000

ו. פי 1,000,000,000.

ז. פי 10,000,000,000.

### 34 שאלה 3 – גלי קול

אם עוצמת הקול המינימאלית שבני אדם מסוגלים לשמוע (סף השמע)

היא:  $10^{-16} \frac{W}{cm^2}$ , מהי עוצמת הקול באותן יחידות ב-130 דציבל (סף הכאב),

וכמה אנרגיה פוגעת בעור התוף החשוף לעוצמה הזו (130dB) במשך שעה? נתון ששטחו של עור התוף כ-0.7 סמ"ר.

א. העוצמה:  $10^{-13} \frac{W}{cm^2}$ , וסה"כ אנרגיה בשעה: 5.3J.

ב. העוצמה:  $10^{-3} \frac{W}{cm^2}$ , וסה"כ אנרגיה בשעה: 5.3J.

ג. העוצמה:  $130 \frac{W}{cm^2}$ , וסה"כ אנרגיה בשעה: 75J.

ד. העוצמה:  $1.3 \cdot 10^{-3} \frac{W}{cm^2}$ , וסה"כ אנרגיה בשעה: 2.52J.

ה. העוצמה:  $0.001 \frac{W}{cm^2}$ , וסה"כ אנרגיה בשעה: 2.52J.

### 35 שאלה 4 – גלי קול

אם נניח כי עוצמת סף השמע היא:  $10^{-16} \frac{W}{cm^2}$  ( $\frac{W}{cm^2} =$  ווט לסמ"ר),

מהי העוצמה I ביחידות הנ"ל ב-120dB, וכמה אנרגיה E פוגעת בעור התוף של אוזנו של אדם, החשוף לעוצמת קול זו במשך 4 שעות? הניחו ששטחו של עור התוף 0.7 סמ"ר.

א.  $E = 5.8 \text{ Joule}$  ו-  $I = 12 \cdot 10^{-16} \frac{W}{cm^2}$ .

ב.  $E = 5.8 \text{ Joule}$  ו-  $I = 13 \cdot 10^{-14} \frac{W}{cm^2}$ .

ג.  $E = 1.01 \text{ Joule}$  ו-  $I = 10^{-4} \frac{W}{cm^2}$ .

ד.  $E = 10.1 \text{ Joule}$  ו-  $I = 10^{-4} \frac{W}{cm^2}$ .

ה.  $E = 1.2 \cdot 10^6 \text{ Joule}$  ו-  $I = 120 \frac{W}{cm^2}$ .

**(36) שאלה 5 – גלי קול**

כאשר אדם נחשף לקול בעוצמה של 20 דציבל בפרק זמן של שעה, כמות האנרגיה הכוללת המגיעה לעור התוף של אוזנו היא:  $2.5 \cdot 10^{-11} \text{ Joule}$ .  
מהי כמות האנרגיה הכוללת המגיעה לעור התוף כאשר האוזן נחשפת לקול בעוצמה של 120 דציבל למשך זמן של 20 דקות?

- א.  $0.08 \text{ Joule}$ .
- ב.  $0.75 \text{ Joule}$ .
- ג.  $25 \text{ Joule}$ .
- ד.  $2.5 \cdot 10^{-5} \text{ Joule}$ .
- ה.  $5 \cdot 10^{-11} \text{ Joule}$ .

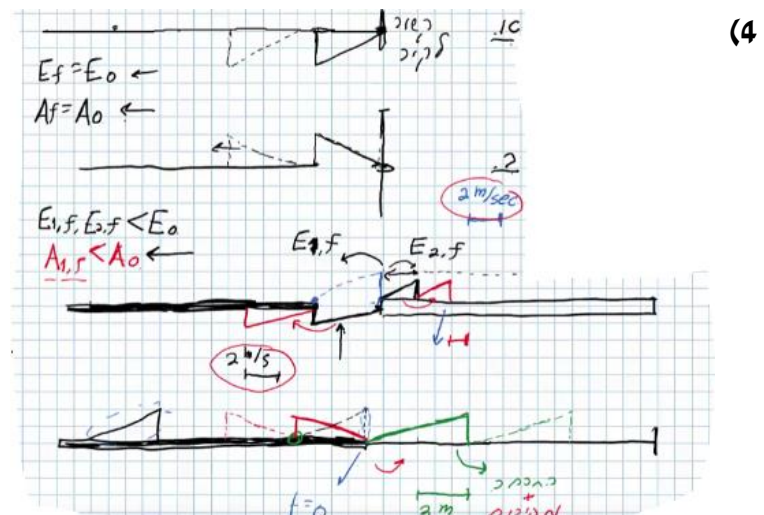
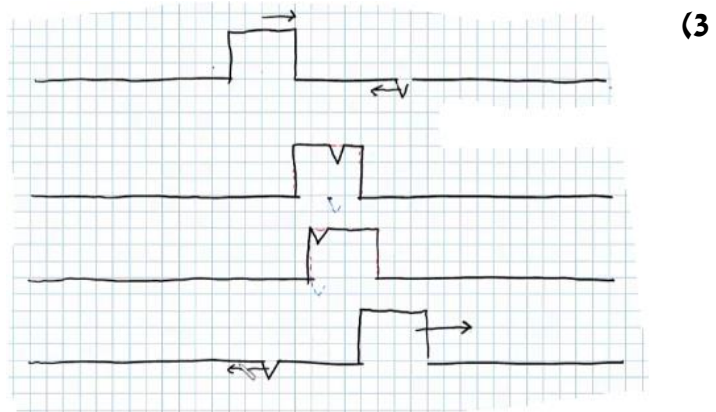
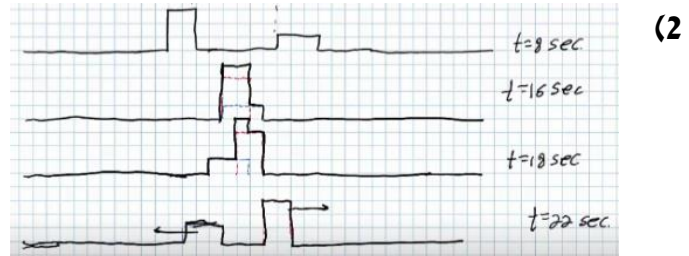
**(37) שאלה 6 – גלי קול**

כאשר אדם נחשף לקול בעוצמה של 20 דציבל בפרק זמן של שעה, כמות האנרגיה הכוללת המגיעה לעור התוף של אוזנו היא:  $2.5 \cdot 10^{-11} \text{ Joule}$ .  
מהי כמות האנרגיה הכוללת המגיעה לעור התוף כאשר האוזן נחשפת לקול בעוצמה של 120 דציבל למשך זמן של 30 דקות?

- א.  $0.125 \text{ Joule}$ .
- ב.  $1.130 \text{ Joule}$ .
- ג.  $37.52 \text{ Joule}$ .
- ד.  $3.8 \cdot 10^{-5} \text{ Joule}$ .
- ה.  $7.5 \cdot 10^{-11} \text{ Joule}$ .

**תשובות סופיות:**

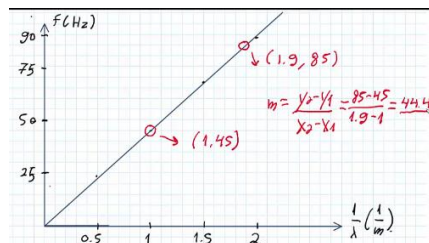
- (1) א.  $A = 0.3 \text{ m}$  ב.  $V = 0.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  ג. למעלה. ד. למטה.



(5) א.

| $\frac{1}{\lambda} (\text{m}^{-1})$ | $\lambda (\text{m})$ | צורת הגל העומד | f - תדירות התנודות (Hz) |
|-------------------------------------|----------------------|----------------|-------------------------|
| 0.5                                 | 2                    |                | 24                      |
| 1                                   | 1                    |                | 45                      |
| 1.5                                 | 2/3                  |                | 67                      |
| 2                                   | 1/2                  |                | 88                      |

א.  $f = 111 \text{ Hz}$     ב.  $f = v \frac{1}{\lambda}$

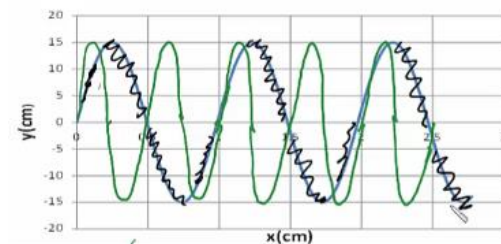
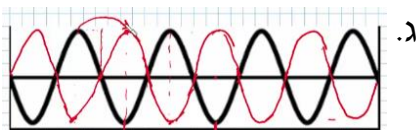


ב.

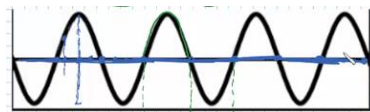
א.  $A = 0.15 \text{ m}$     ב.  $\lambda = 1 \text{ m}$     ג.  $t = 4$     ד.  $v = 25 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$

ה.  $(0.5, 0)$ ,  $(1.5, 0)$ ,  $(2.5, 0)$ 

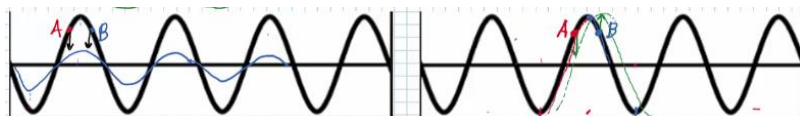
(7) הגל הירוק בשרטוט:

(8) א. מתקדם:  $\lambda_1 = 80 \text{ cm}$ , עומד:  $\lambda_2 = 80 \text{ cm}$ .

ג.



ב.



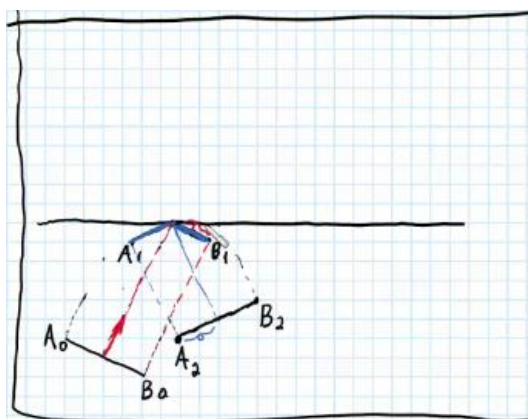
ד.

(9) א.

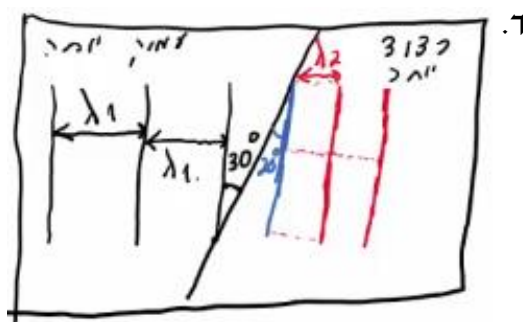
(10) ב.

(11) א.

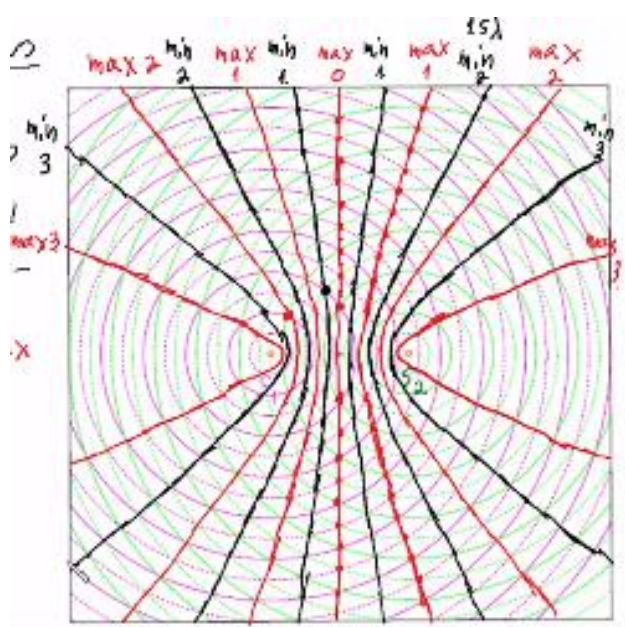
(12) ג.



**(13**

$$\therefore \lambda_2 = 3.42 \text{ cm} \quad \therefore \lambda_1 = 5 \text{ cm} \quad \therefore v_2 = 13.7 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \quad \therefore \text{ (14)}$$


15.  $N = 5$       1.  $0.45\text{cm}$



(16

(17) א. 1.2 ס"מ.

ב.i. A - נק' מקסימום מסדר ראשון.

ii. B - נק' צומת מסדר שני.

iii. C - נק' מקסימום מסדר שלישי, נק' על קו מקסימום.

iv. D - נק' ביניים.

ג. 11 קווי מקסימום, 12 קווי מינימום.

(18) א' מלאה ו-ו' חלקית.

(19) ב' ו-ה.

(20) ה.

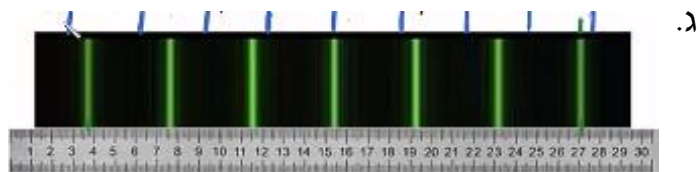
(21) א'.

(22) א. 7.5nm ב. 3 ס"מ. ג.  $\theta = 0.93^\circ$  ד.  $x_{200} = 1.73$ 

(23) א. 524 נ"מ. ב. 4.72 ס"מ. ג. 94 קווי חושך. ד. 573 פסי מקסימום.

(24) א. 5 מ"מ. ב.  $\lambda = 694$  ג.  $3\lambda$  ד.  $4.5\lambda$  ה. ראה סרטון.

(25) א. 649 נ"מ. ב. 13 ס"מ. ג. 34.3 ס"מ. ד. 27 קווים. ה. 31 קווים.

(26) א.  $282 \frac{\text{haritsim}}{\text{cm}}$  ב.  $18.1^\circ$ (27) א. 0.188 מ'. ב.  $10.9^\circ$  ג. הוכחה.

(28) א. 6.7 מ"מ. ב. 3.35 מ"מ.

(29) א. 0.265 מ"מ. ב. 1,000 קווי צומת בתבנית.

ג. האור ינוע בקווים ישרים ולא מבצע עקיפה.

(30) ב'.

(31) ג'.

(32) ה.

(33) ו'.

(34) ה.

(35) ג'.

(36) א'.

(37) א'.